

TESE DE DOUTORADO

A INTERAÇÃO ENTRE MÉSONS NAS TRANSIÇÕES DE
FASE DA MATÉRIA HADRÔNICA E NOVAS
MANIFESTAÇÕES DO CAMPO ELETROMAGNÉTICO

BRÁULIO TADEU AGOSTINI

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro 2017

Dedico esta Tese
A Deus,
A minha esposa e meus filhos
A meus pais,
E a meus irmãos.

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus por me dar todas coisas boas, além de me dar força para prosseguir sempre atrás dos objetivos me iluminando nos caminhos árduos desta vida.

A meus pais e irmãos pelo apoio e suporte. Principalmente a minha mãe Nira e minha irmã Thaís, pois sem elas seria muito difícil ter chegado até aqui.

A minha esposa Cristiane e meus filhos Marcus Paulo e Luiz Philipe (*Armôzão e Armôzinho*). Eles que apareceram em minha vida logo no início dessa caminhada árdua. Agradeço a paciência deles cada dia em que estive ausente em que estava neste trabalho.

Ao meu orientador Sérgio B. Duarte por ser tão prestativo.

Ao professor Hilário Gonçalves que sempre esteve junto nessa caminhada e principalmente na parte da transição de fase com o programa computacional ao qual pude fazer a minha versão. Ao professor Marcelo Chiapparini pela ajuda fundamental no capítulo 3 e também na ideia de utilizar o método de Brent unidimensional para resolver sistemas de equações não lineares. Ao professor Helayel pelo trabalho na parte da eletrodinâmica com quebra de simetria de Lorentz desenvolvido no início do doutorado.

A todos os colegas do CBPF que de alguma forma ajudaram neste trabalho. Em especial Luís Gustavo pela convivência, ao professor Tião com a ajuda no scientific workplace, ao Célio e ao Carlos.

Aos funcionários do CBPF, em especial, a Bete.

À CAPES pelo suporte financeiro.

Resumo

Neste trabalho analisamos o papel da interação entre mésons para transições da matéria nuclear exemplificadas pela interação entre os mésons vetorial e escalar. Quando a matéria nuclear é descrita pelos modelos de Walecka sempre apresentam uma isoterma do tipo líquido-vapor (ou de transição de 1ª ordem), onde uma característica é o comportamento multivalorado para a massa efetiva para dada faixa de temperatura ou densidade. Com isso, estudamos o comportamento da matéria nuclear através da evolução da massa efetiva e da entropia extraídas dos modelos de Walecka com a variação da temperatura ou densidade com a introdução da interação entre os mésons escalar e vetorial na densidade lagrangiana de Walecka. Além disso, estudamos o comportamento das massas efetivas dos mésons escalar e vetorial que podem ser definidas com a introdução da interação entre os mésons.

Analisamos o diagrama de fases para a transição de fase hádron-quark e composição das partículas (hádrons e quarks) a uma temperatura fixa. Através das condições de Gibbs e utilizando conservações de cargas globais, determinamos o início e o fim da transição de fase conservando a carga bariônica, a carga de isospin e a estranheza. Utilizamos o decuplo bariônico juntamente com os káons e píons na parte hadrônica além dos quarks up, down e estranho na parte quarkônica. A evolução das partículas a temperatura fixa antes, durante e depois da transição foi estudada para observar o comportamento das mesmas através dos diferentes modelos de Walecka.

No final chamamos a atenção para os novos aspectos do campo eletromagnético que podem se manifestar na matéria nuclear ou hadrônica através do efeito da quebra de simetria de Lorentz e de efeitos não lineares na eletrodinâmica usual de Maxwell. Através dos valores existentes atualmente para estes termos que corrigem as expressões usuais verificamos quais destes termos dominam. Por fim, consideramos a contribuição para as equações de estado da matéria nuclear que o termo de quebra de simetria de Lorentz introduz.

Palavra-chave: Transições de fase na matéria nuclear e novas manifestações do eletromagnetismo.

Abstract

In this work we analysed the role of interaction between mesons to the phase transitions of nuclear matter exemplified by the interaction between scalar and vectorial mesons. When nuclear matter is described by Walecka's models always shows a liquid-vapor like isotherm (or van der Waals like), where a feature is the multivalued behaviour of effective mass for a given band of temperature and density. So, we studied the behaviour of nuclear mass through the evolution of effective mass and of entropy extracted from Walecka's models with the variation of temperature or density with the introduction of the interaction between scalar and vectorial mesons at Walecka's Lagrangean. Besides, we studied the behaviour of effective masses of scalar and vectorial mesons that can be defined with the introduction of interaction between mesons.

We analysed the phase diagrams for hadron-quark phase transitions and the composition of the particles (hadrons and quarks) at a fixed temperature. Through the Gibbs conditions and using the conservations of global charges, we found the beginning and ending of the phase transition conserving barionic, isospin and strangeness charges. We used the barionic decuplet with kaons and pions at hadronic part with quarks up, down and strange at quarks part. The evolution of particles at fixed temperature before, during and after the transition was studied for observing the behaviour of the particles through different Walecka's models.

Finally, we called the attention to the new aspects from electromagnetic field that may manifest at nuclear or hadronic matter through the effect of Lorentz-symmetry-breaking and non-linear effects at usual Maxwell's electrodynamics. Through the existing values currently to these terms that correct the usual expressions we verified which that terms dominate. Finally, we considered the contribution to state equations of nuclear matter that the Lorentz-symmetry-breaking term introduce.

Keyword: phase transitions in nuclear matter and new manifestations of electromagnetism.

Sumário

Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract	iv
1 Introdução	1
2 Matéria nuclear: modelos de Walecka em campo médio	5
2.1 Hadrodinâmica Quântica I	6
2.2 Aproximação de campo médio	8
2.3 Cálculo das grandezas termodinâmicas	9
2.4 O modelo de Walecka não-linear	11
2.5 O modelo QHD-II	12
2.6 Grandezas termodinâmicas para QHD-II	14
2.7 As constantes de acoplamento do modelo QHD-II	15
3 Interações entre os mésons $\sigma - \omega$ e as constantes de acoplamento	19
3.1 Redefinição das constantes de acoplamento	20
4 Implicações da interação $\sigma - \omega$ para os modelos de Walecka	28
4.1 Sinais da transição na massa efetiva do núcleon	30
4.2 A entropia também denuncia a transição	35
4.3 Massas efetivas dos mésons σ e ω	36
5 Efeitos da interação entre mésons na transição de fase hádron-quark	39
5.1 Transição de fase hádron-plasma de quarks e glúons	39

5.2	Formação do plasma de quarks e glúons	44
5.3	Aspectos da Cromodinâmica Quântica e o modelo de sacola do MIT	48
5.3.1	As equações de estado dos quarks.	50
5.4	Efeito da interação entre mésons nos diagramas de fase hádron-quark . . .	52
5.5	Sobre a população de partículas	54
6	Novas manifestações do campo eletromagnético na interação com a matéria nuclear	62
6.1	Modelo eletromagnético com não linearidade e quebra de simetria de Lorentz	64
6.2	Contribuição do termo de quebra de simetria de Lorentz para a equação de estado	71
6.2.1	Equações de estado com o setor de quebra de simetria de Lorentz .	72
6.3	Possíveis implicações para a astrofísica e para colisões ultrarelativísticas . .	73
7	Conclusão	75
7.1	Perspectivas futuras	76
	Referências Bibliográficas	77

Capítulo 1

Introdução

A natureza da matéria e sua constituição mais profunda é alvo de um intenso estudo desde a antiguidade. Desde então surgiram as ideias de que a matéria poderia ser dividida indefinidamente e, outra contrária, de que ela seria composta por unidades discretas, os átomos (indivisíveis). A última ganhou mais aceitação e passou a ser considerada.

Séculos depois, já na Idade moderna, o homem muda sua concepção e também experimenta progressos na teoria atômica, onde as ideias começam a ser baseadas mais em experimentação do que em argumentação. No século XX, com o surgimento de ferramentas como a mecânica quântica e a teoria da relatividade, os cientistas começaram a dividir o átomo e começaram a entender como ele se constitui.

Desde o início da física nuclear com o trabalho de Rutherford [1] (no final da primeira década do século XX) antes ainda do advento da mecânica quântica e depois com as descobertas dos constituintes do átomo como os nêutrons e píons além dos prótons e elétrons, grande desenvolvimento foi alcançado. Um grande exemplo foi uma melhor compreensão das estrelas de nêutrons.

Nos anos 40 do século passado, os experimentos com os aceleradores de partículas impulsionaram a física nuclear e a física de partícula elementares. Tais experimentos levaram a descobertas de muitas partículas, como mésons, que medeiam as interações, e de outros bárions além do próton e dos nêutron. Na década de 50, o méson escalar σ foi descoberto e nos anos 60, os mésons ω e ρ foram observados e juntamente com o méson σ passaram a fazer parte de um importante modelo na física nuclear da década de 70. Em

1964 [2] foi proposto o modelo dos quarks, para explicar a estrutura dos mésons e bárions e os padrões que algumas de suas propriedades originam. Os quarks seriam as partículas fundamentais da matéria, juntamente com os léptons.

Em 1974, John Dirk Walecka [3], propôs um modelo quântico relativístico baseado nas ideias de Johnson e Teller desenvolvidas na década de 50 para um sistema de muitos corpos. Este ficou conhecido como *Modelo de Walecka ou Hadrodinâmica Quântica I (QHD-I)* [4,5] e sua finalidade era a de descrever a interação entre bárions através da troca de mésons (σ e ω) incluindo os graus de liberdade dos bárions e mésons. Muitas aplicações deste modelo têm lugar em colisões de partículas, na física nuclear e na astrofísica.

No mesmo ano, foi desenvolvido um modelo, no MIT, para descrever a matéria hadrônica em termos dos quarks que a constituem e que em baixas densidades e temperaturas, estão confinados dentro dos hádrons. Este modelo ficou conhecido como modelo de sacola do MIT (ou *MIT bag model*) [6]. Este permite incluir os graus de liberdade dos quarks e também dos glúons ao sistema estudado, permitindo por exemplo, estender o estudo de objetos estelares compactos, incluindo transição de fases hádron para o plasma de quarks-glúons.

Colisões de íons pesados e outras experiências mostram que, em certas condições, ocorre o surgimento de novos bárions mais massivos do que os nucleons, também chamados de híperons. Em um nível mais fundamental, o aparecimento desses bárions deve-se ao aparecimento de um novo quark chamado estranho (*strange*), além daqueles que compõem os nucleons. Isto não é abordado no modelo de Walecka original. Semelhantemente, estas situações também ocorrem nas estrelas de nêutrons, devido a altíssima compressão dos hádrons na região central.

Um dos objetivos deste trabalho é estudar o efeito da interação entre os mésons escalar (σ) e vetorial (ω) na matéria nuclear e na transição hádron-plasma de quarks e glúons. Discutiremos os diagramas de fase de QCD em todas as densidades mas inicialmente nos deteremos nas modificações impostas pela interação $\sigma - \omega$ na transição de fase líquido vapor da matéria hadrônica na região de baixas densidades bariônicas e altas temperaturas. Este trabalho é dividido na seguinte forma:

No capítulo 2, mostramos o modelo de Walecka e no final as quantidades usadas

para o cálculo das constantes de acoplamento do modelo. O modelo de Walecka é uma boa aproximação onde consideramos os bárions e os mésons que intermedeiam a ligação entre os bárions como os graus de liberdade fundamentais. Começamos com a densidade lagrangiana original de Walecka e calculamos as grandezas importantes no nosso estudo como a massa efetiva do núcleon, a densidade bariônica, a pressão, a energia e a entropia, tanto em temperatura finita quanto nula. Depois, consideramos as modificações do modelo de Walecka com a introdução de termos não lineares do campo sigma e do modelo QHD-II [7]. No final do capítulo, consideramos as condições e as quantidades para os cálculos das constantes de acoplamento dos modelos e definimos as do modelo linear sem interação.

No capítulo 3, mostramos a necessidade de redefinição das constantes de acoplamento que utilizamos nos modelos hadrônicos de Walecka com a introdução da interação entre os mésons. A vantagem do mesmo é que podemos calcular as constantes de acoplamento de acordo com os valores estabelecidos para os observáveis em consideração. No final recalculamos as constantes de acoplamento dos modelos linear com interação e dos modelos não lineares com e sem interação.

No capítulo 4, analisamos o efeito da interação dos mésons sobre possíveis transições de fase na matéria nuclear. Começamos a analisar as grandezas termodinâmicas envolvidas no tratamento das transições de fase líquido-vapor na matéria bariônica tanto variando a temperatura quanto variando a densidade a temperatura fixa com modelos lineares e não lineares com e sem interação entre os mésons. A seguir, calculamos a entropia para os mesmos modelos para analisarmos a influência da interação entre os mésons escalar e vetorial. Finalizamos o capítulo considerando a evolução com a temperatura das massas efetivas dos mésons escalar e vetorial que podem-se definir através da interação entre os mésons para o méson vetorial e escalar nos modelo com interação e com a autointeração do méson σ no modelo não linear sem interação entre os mésons.

No capítulo 5, analisamos o efeito da interação entre os mésons na transição de fase hádron-plasma de quarks e glúons. Começamos considerando os quarks como os graus de liberdade fundamentais da matéria nuclear. A seguir, definimos as grandezas do modelo de sacola do MIT para obtermos as equações de estado da matéria quarkônica. A seguir consideramos as transições de fase hádron- plasma de quarks e glúons para os modelos

lineares e não lineares com e sem interação entre os mésons. Finalizamos com a evolução das partículas do decuplo bariônico, káons, píons e quarks antes durante e depois da transição de fase tanto dos modelos lineares e não lineares com e sem interação entre os mésons.

No capítulo 6, fazemos considerações sobre a introdução do campo eletromagnético na equação de estado da matéria nuclear através de termos não usuais juntamente na densidade lagrangiana de Maxwell usual. É conhecido que o vácuo nestas regiões torna-se birrefringente e com isso, o plano de polarização da luz incidente sofre uma rotação. Assim, o cenário astrofísico de estrelas com campos magnéticos intensos (magnetares) podem ser consideradas um cenário ideal para a manifestação dos termos de quebra de simetria de Lorentz e de não linearidade através dos valores experimentais existentes e observar quais são dominantes. No final, analisamos a contribuição da eletrodinâmica com a introdução do termo de quebra de simetria de Lorentz para a equação de estado que é um modelo mais simplificado em relação ao modelo considerado anteriormente. Com isso podemos obter a correção que este termo de violação de Lorentz introduz nas equações de estado da matéria nuclear.

No capítulo 7, reunimos as conclusões dos capítulos anteriores e apresentamos as perspectivas futuras para continuidade deste trabalho.

Capítulo 2

Matéria nuclear: modelos de Walecka em campo médio

A necessidade de descrever a matéria nuclear comum usando a relatividade é evidenciada quando sabemos que os nucleons mais rápidos têm uma velocidade de cerca de um quarto da velocidade da luz. Para descrever esse sistema, utiliza-se a teoria quântica de campos. O objetivo é ter um modelo para a física nuclear que incorpore os princípios da covariância de Lorentz e a relatividade especial. Uma teoria covariante precisa conter antipartículas e, conseqüentemente, o vácuo adquire um caráter dinâmico. Essa teoria de muitos corpos é a teoria quântica de campos renormalizada, baseada em densidades lagrangianas que são invariantes de Lorentz locais, e o modelo usado é a hadrodinâmica quântica (QHD), na qual os graus de liberdade são os campos de bárions e mésons, onde os primeiros se interagem na troca dos últimos.

Neste capítulo, desenvolveremos o modelo originalmente formulado por Walecka juntamente algumas modificações como a inclusão dos termos não lineares para o campo σ e o modelo que leva em consideração o caso em que a matéria nuclear é assimétrica. Com isso, seremos capazes de obter as grandezas termodinâmicas que necessitaremos para fazer o estudo das transições de fase que a matéria nuclear sofre. No final do capítulo mostraremos as condições necessárias para o cálculo das constantes de acoplamento dos modelos que utilizaremos nos capítulos posteriores.

2.1 Hadrodinâmica Quântica I

Em 1974, John Dirk Walecka propôs um modelo para descrever a matéria nuclear simétrica e núcleos finitos com igual número de prótons e nêutrons. Este modelo ficou conhecido como o *Modelo de Walecka ou Hadrodinâmica Quântica I (QHD-I)* [4]. Este modelo descreve a interação entre bárions mediada por dois tipos de mésons, um escalar e um vetorial. No modelo de Walecka, o *méson escalar* σ e o *méson vetorial* ω intermedeiam a interação entre os núcleons. Na aproximação estática, onde há invariância rotacional e translacional, esta interação tem a forma:

$$V_{eff} = \frac{g_\omega^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega r}}{r} - \frac{g_\sigma^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma r}}{r} \quad (2.1)$$

onde m_σ e m_ω são as massas dos mésons escalar e vetorial respectivamente e g_σ e g_ω são as constantes de acoplamento entre os mésons e os núcleons. Estes dois termos na expressão acima descrevem duas interações: uma repulsiva a pequenas distâncias representada pelo primeiro termo e outra atrativa a grandes distâncias representada pelo segundo termo. Este comportamento pode ser mostrado na figura 2.1

A densidade lagrangiana que descreve este modelo é:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M) \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + g_\sigma \bar{\psi} \psi \sigma \\ & - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ela é formada por uma densidade lagrangiana de Dirac, uma de Klein Gordon e por uma de Proca e pelos termos de interação entre os nucleons e os mésons. A parte de Dirac é representada por:

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M) \psi \quad (2.3)$$

Ela descreve os bárions que estão no núcleo, que no caso em questão, é formado pelos nucleons (prótons e nêutrons). A equação de Klein-Gordon é representada por,

$$\mathcal{L}_{KG} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \quad (2.4)$$

Ela descreve o méson escalar σ que é responsável pela parte atrativa da interação entre os núcleons. A densidade lagrangiana de Proca é representada por,

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \quad (2.5)$$

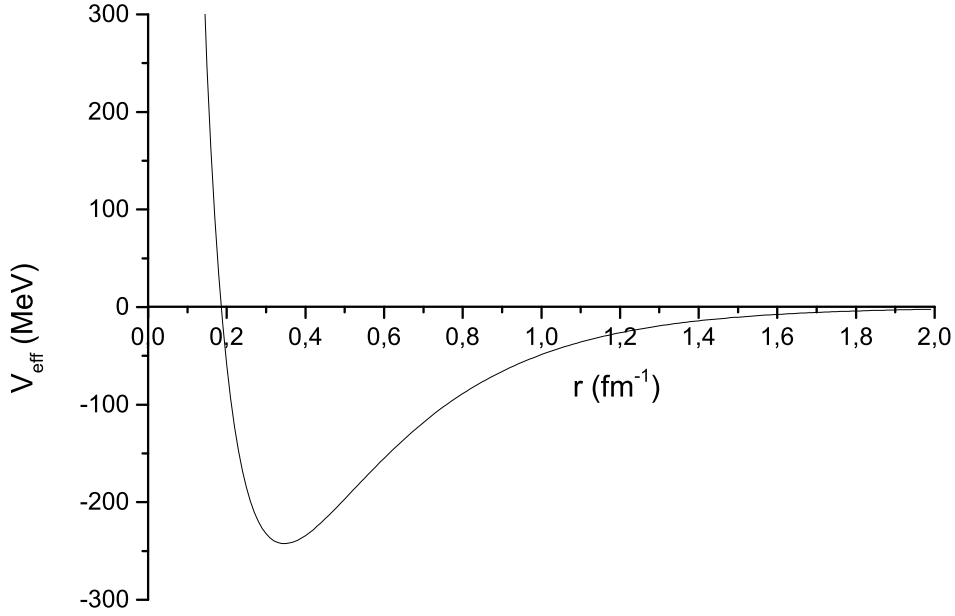


Figura 2.1: Potencial efetivo (em MeV) contra a distância (fm^{-1}). As constantes de acoplamento aqui foram: $g_\sigma = 9.03$, $g_\omega = 10.08$. Com as massas dos mésons $m_\sigma = 550MeV$ e $m_\omega = 783MeV$.

com $F_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$. Esta equação descreve um méson vetorial ω_μ de spin 1 massivo que será responsável pela interação repulsiva entre os núcleons. Os termos

$$\mathcal{L}_{\omega N} = g_\sigma \bar{\psi}\psi\sigma \text{ e } \mathcal{L}_{\sigma N} = g_\omega \bar{\psi}\gamma_\mu\psi\omega^\mu \quad (2.6)$$

representam o acoplamento do nucleons, aqui representado pelo campo bariônico ψ , com os mésons σ e ω_μ . As constantes g_σ e g_ω são as constantes de acoplamento escalar e vetorial respectivamente. A inclusão dos campos σ e ω_μ é suficiente para reproduzir a curva de saturação da energia de ligação nuclear observada experimentalmente. É importante ressaltar que os campos hadrônicos descrevem partículas que não possuem estrutura interna.

Através das equações de Euler-Lagrange,

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \varphi_i)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_i} = 0, \quad (2.7)$$

onde os campos são $\varphi_i = \psi$, σ e ω_μ , temos que as equações de movimento serão dadas por,

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\psi} \psi \quad (2.8)$$

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (2.9)$$

$$[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (M - g_\sigma \sigma)] \psi = 0. \quad (2.10)$$

Vemos que estas equações formam um conjunto de equações diferenciais não lineares acopladas, sendo assim, muito difícil de se obter soluções exatas.

O tensor energia-momento é dado por:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\nu \varphi_i \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \varphi_i)} \right] - g_{\mu\nu} \mathcal{L}, \quad (2.11)$$

com a densidade lagrangiana de Walecka teremos,

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} = & \frac{1}{2} \left(-\partial_\lambda \sigma \partial^\lambda \sigma + m_\sigma^2 \sigma + \frac{1}{2} F_{\lambda\rho} F^{\lambda\rho} - m_\omega^2 \omega_\lambda \omega^\lambda \right) g_{\mu\nu} + i\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma \\ & + \partial_\nu \omega^\lambda F_{\lambda\mu}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.2 Aproximação de campo médio

A aproximação é conhecida como aproximação de campo médio é a substituição dos campos mesônicos por seus valores médios, ou seja,

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0 \quad (2.13)$$

e

$$\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0 \quad (2.14)$$

E assim, as equações de movimento para os campos bariônico e mesônicos tornam-se:

$$m_\sigma^2 \sigma_0 = g_\sigma \langle \bar{\psi} \psi \rangle \equiv g_\sigma \rho_s \quad (2.15)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = g_\omega \langle \bar{\psi} \gamma^0 \psi \rangle \equiv g_\omega \rho_B \quad (2.16)$$

$$[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma_0 \omega^0 - (M - g_\sigma \sigma_0)] \psi = 0 \Rightarrow [i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma_0 \omega^0 - M^*] \psi = 0 \quad (2.17)$$

onde $\rho_s = \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ é a densidade escalar, $\rho_B = \langle \bar{\psi}\gamma^0\psi \rangle$ é a densidade bariônica (que é igual ao número de bárions por unidade de volume) e $M^* = M - g_\sigma\sigma$ é por definição a massa efetiva dos nucleons.

A densidade lagrangiana de campo médio pode ser escrita como:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} \left[(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma_0 \omega^0) - (M - g_\sigma \sigma_0) \right] \psi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 \quad (2.18)$$

Já o tensor de energia momento fica dado por:

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2) g_{\mu\nu} + \langle \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial_\nu \psi \rangle \quad (2.19)$$

2.3 Cálculo das grandezas termodinâmicas

A partir do potencial termodinâmico, podemos calcular todas as grandezas termodinâmicas a temperatura finita como a energia, a pressão, a entropia e a densidade bariônica. O potencial termodinâmico pode ser escrito como:

$$\Omega(T, V, \mu_B) = -T \ln \left\{ Tr \left[e^{\frac{-(\hat{H} - \mu_B \hat{B})}{T}} \right] \right\} \quad (2.20)$$

onde o operador hamiltoniano $\hat{H}$ é dado por:

$$\hat{H} = \int d^3x \hat{T}_{00} \quad (2.21)$$

e

$$\hat{B} = \int d^3x \bar{\psi} \gamma^0 \psi. \quad (2.22)$$

E assim temos que o potencial termodinâmico fica,

$$\Omega(T, V, \mu_B) = \frac{V}{2} (m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2) - \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)] \quad (2.23)$$

onde:

$$n_k(T, \nu) = \frac{1}{\exp \left[\frac{E^*(k) - \nu}{T} + 1 \right]} \text{ e } \bar{n}_k(T, \nu) = \frac{1}{\exp \left[\frac{E^*(k) + \nu}{T} + 1 \right]} \quad (2.24)$$

com, $E^*(k) = \sqrt{k^2 + M^{*2}}$, $\nu = \mu_B - g_\omega \omega_0$ e $\gamma = \sum_i (2S_i + 1)$ (degenerescência de spin), sendo S_i o spin de cada espécie.

Tendo o potencial termodinâmico em mãos podemos calcular as quantidades termodinâmicas que quisermos. A densidade bariônica é dada por,

$$\rho_B = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu_B} \right)_{T,V} \Rightarrow \rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k [n_k(T, \nu) - \bar{n}_k(T, \nu)] \quad (2.25)$$

A densidade de entropia é calculada por,

$$s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{\mu_B, V}, \quad (2.26)$$

então

$$s = -\frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \left\{ n_k(T, \nu) \ln [n_k(T, \nu)] + [1 - n_k(T, \nu)] \ln [1 - n_k(T, \nu)] \right. \\ \left. + \bar{n}_k(T, \nu) \ln [\bar{n}_k(T, \nu)] + [1 - \bar{n}_k(T, \nu)] \ln [1 - \bar{n}_k(T, \nu)] \right\} \quad (2.27)$$

Com pressão dada por:

$$p = -\frac{\Omega(T, V, \mu_B)}{V} \Rightarrow p = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma_0^2) + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)] \quad (2.28)$$

Já a densidade de energia é calculada através da relação,

$$\varepsilon = \frac{\Omega(T, V, \mu_B)}{V} + Ts + \mu_B \rho_B \Rightarrow \quad (2.29)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 + m_\sigma^2 \sigma_0^2) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k E^*(k) [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)] \quad (2.30)$$

Uma relação auto-consistente para a massa efetiva M^* do nucleon pode ser estabelecida através da minimização do potencial termodinâmico:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_0} = 0 \Rightarrow M^* = M - \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{M^*}{E^*(k)} [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)] \quad (2.31)$$

No limite $T \rightarrow 0$ as quantidades acima ficam,

$$n_k(T, \nu) \rightarrow \theta(k_F - k) \text{ e } \bar{n}_k(T, \nu) \rightarrow 0 \quad (2.32)$$

onde $\theta(k_F - k)$ é a função theta de Heaviside e assim teremos,

$$\rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3 \quad (2.33)$$

$$p = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma_0^2) + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} \quad (2.34)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 + m_\sigma^2 \sigma_0^2) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k E^*(k) \quad (2.35)$$

$$M^* = M - \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{M^*}{E^*(k)} \quad (2.36)$$

2.4 O modelo de Walecka não-linear

A QHD-I foi bem sucedida ao reproduzir a curva de saturação nuclear, porém, ela falhou ao fornecer um valor muito alto para o valor da incompressibilidade K da matéria nuclear e também fornecer um valor bem abaixo observado experimentalmente para a massa efetiva do núcleon. Para contornar estes problemas foram sugeridas mudanças no modelo original de Walecka com a finalidade de reproduzir os dados experimentais com os valores teóricos.

Em 1977, Boguta e Bodmer [8] introduziram na densidade lagrangiana de Walecka termos cúbico e quártico no campo σ , esses termos representam a autointeração do campo sigma. Este modelo ficou conhecido como o modelo de Walecka não-linear. Assim, a densidade lagrangiana da QHD-I, na aproximação de campo médio, agora fica:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M) \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + g_\sigma \bar{\psi} \psi \sigma - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu - U(\sigma) \quad (2.37)$$

onde:

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} b M (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 \quad (2.38)$$

As equações de movimento agora ficam,

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\psi} \psi - b M (g_\sigma \sigma)^2 - c (g_\sigma \sigma)^3, \quad (2.39)$$

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad (2.40)$$

$$[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (M - g_\sigma \sigma)] \psi = 0. \quad (2.41)$$

e as grandezas termodinâmicas calculadas anteriormente ficam,

$$p = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma_0^2) - U(\sigma) + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)], \quad (2.42)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 + m_\sigma^2 \sigma_0^2) + U(\sigma) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k E^*(k) [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)], \quad (2.43)$$

$$M^* = M + U(\sigma) - \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{M^*}{E^*(k)} [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)]. \quad (2.44)$$

2.5 O modelo QHD-II

Para a descrição de sistemas assimétricos, em que o número de nêutrons difere do número de prótons, faz-se uma modificação do modelo de Walecka com a inclusão dos mésons π e ρ .

As equações do modelos QHD-I apenas descrevem interações entre núcleons, ou seja, interações do tipo próton-próton e nêutron-nêutron. Os mésons σ e ω não fazem a distinção entre os prótons e nêutrons e por isso, não descrevem a interação próton nêutron. Por isso, deve-se incluir o méson ρ , que descreve a matéria assimétrica, sendo o responsável por corrigir o valor da energia de simetria do odelo QHD-I.

A densidade lagrangiana deste modelo é dada por,

$$\mathcal{L}_{II} = \mathcal{L}_I + \mathcal{L}_{\pi N} + \mathcal{L}_{\rho N} + \mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_\rho \quad (2.45)$$

onde:

$$\mathcal{L}_{\pi N} = -ig_\pi \pi (\bar{\psi} \gamma_5 \tau \psi), \quad (2.46)$$

$$\mathcal{L}_{\rho N} = \frac{i}{2} g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \tau \cdot \vec{\rho}_\mu \psi, \quad (2.47)$$

$$\mathcal{L}_\pi = \frac{1}{2} (\partial_\mu \pi \cdot \partial^\mu \pi - m_\pi^2 \pi \cdot \pi), \quad (2.48)$$

$$\mathcal{L}_\rho = \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu - \frac{1}{4} \vec{B}_{\mu\nu} \cdot \vec{B}^{\mu\nu}, \quad (2.49)$$

onde $\vec{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{\rho}_\nu - \partial_\nu \vec{\rho}_\mu - g_\rho (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu)$ e a matriz γ_5 é definida por $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$. O uso da notação $\vec{\rho}^\mu$ indica que é um quadri-vetor no espaço-tempo e vetor no espaço de isospin, pois o méson ρ é um tripleto de quadrivetores (isto é, existem três estados de

carga, positivo, negativo e neutro) onde:

$$\vec{\rho}^\mu = \begin{pmatrix} \rho_1^0 & \rho_1^x & \rho_1^y & \rho_1^z \\ \rho_2^0 & \rho_2^x & \rho_2^y & \rho_2^z \\ \rho_3^0 & \rho_3^x & \rho_3^y & \rho_3^z \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Na aproximação de campo médio, o méson π tem valor zero pois supõe-se que a matéria nuclear é igualmente preenchida com os nucleons e que o estado fundamental tem paridade definida. Logo, considerando apenas o méson ρ , temos que as equações de movimento agora ficam:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\psi} \psi \quad (2.51)$$

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (2.52)$$

$$\partial_\nu B^{\nu\mu} + m_\rho^2 \rho^\mu = \frac{1}{2} g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \tau \psi \quad (2.53)$$

$$\left[\gamma_\mu \left(i \partial^\mu - g_\omega \omega^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu \right) - (M - g_\sigma \sigma) \right] \psi = 0 \quad (2.54)$$

Agora, considerando a aproximação de campo médio, a invariância por translação e rotação implica em:

$$\langle \omega_i \rangle = \langle \rho_i \rangle = 0, \quad i = 1, 2, 3 \text{ (parte espacial)} \quad (2.55)$$

Também há a invariância de rotação sobre o eixo $\hat{z}$ no espaço de isospin, zerando as componetes 1 e 2 do operador τ e assim:

$$\langle \rho_1^0 \rangle = \langle \rho_2^0 \rangle = 0 \quad (2.56)$$

Vemos que na aproximação de campo médio, apenas a terceira componente temporal do méson $\vec{\rho}_\mu$ sobrevive $\langle \rho_3^0 \rangle = \rho_{03}$.

Com isso, vemos que a densidade lagrangiana de campo médio para a QHD-II é dada por:

$$\mathcal{L}_{II} = \bar{\psi} \left[\left(i \gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma_0 \omega^0 \right) - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_{03} - (M - g_\sigma \sigma) \right] \psi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 \quad (2.57)$$

e as equações de movimento ficam:

$$m_\sigma^2 \sigma_0 = g_\sigma \rho_s \quad (2.58)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = g_\omega \rho_B \quad (2.59)$$

$$m_\omega^2 \rho_{03} = g_\rho \rho_3 \quad (2.60)$$

$$\left[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma_0 \omega^0 - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_{03} - (M - g_\sigma \sigma_0) \right] \psi = 0 \quad (2.61)$$

onde as fontes dos campos mesônicos são dadas por:

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = (\langle \bar{\psi}_p \psi_p \rangle + \langle \bar{\psi}_n \psi_n \rangle) \quad (2.62)$$

$$\rho_B = \langle \bar{\psi} \gamma^0 \psi \rangle = (\langle \bar{\psi}_p \gamma^0 \psi_p \rangle + \langle \bar{\psi}_n \gamma^0 \psi_n \rangle) \quad (2.63)$$

$$\rho_3 = \langle \bar{\psi} \gamma^0 \tau_3 \psi \rangle = (\langle \bar{\psi}_p \gamma^0 \tau_3 \psi_p \rangle + \langle \bar{\psi}_n \gamma^0 \tau_3 \psi_n \rangle) \quad (2.64)$$

A equação para ρ_3 traz informação sobre a assimetria de carga do sistema e podemos escrever:

$$\rho_3 = \rho_p - \rho_n \quad (2.65)$$

no caso em que $\rho_p = \rho_n$ (matéria nuclear simétrica) recuperamos os resultados da QHD-I.

2.6 Grandezas termodinâmicas para QHD-II

Seguindo o mesmo procedimento da QHD-I para a obtenção das grandezas termodinâmicas na QHD-II temos que:

$$\rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \left(\int_0^{k_{Fp}} d^3k + \int_0^{k_{Fn}} d^3k \right) = \frac{1}{3\pi^2} (k_{Fp}^3 + k_{Fn}^3) \quad (2.66)$$

$$p = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma_0^2 + m_\rho^2 \rho_{03}^2) + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \left(\int_0^{k_{Fp}} d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} + \int_0^{k_{Fn}} d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} \right) \quad (2.67)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 + m_\sigma^2 \sigma_0^2 + m_\rho^2 \rho_{03}^2) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \left(\int_0^{k_{Fp}} d^3k E^*(k) + \int_0^{k_{Fn}} d^3k E^*(k) \right) \quad (2.68)$$

$$M^* = M - \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \left(\int_0^{k_{Fp}} d^3k \frac{M^*}{E^*(k)} + \int_0^{k_{Fn}} d^3k \frac{M^*}{E^*(k)} \right) \quad (2.69)$$

2.7 As constantes de acoplamento do modelo QHD-II

Para o cálculo das constantes de acoplamento, podemos considerar inicialmente o modelo QHD-I. Começando da equação (2.34) e utilizando as equações (2.16) e $M^* = M - g_\sigma \sigma$, podemos escrever a pressão como:

$$p = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2 \rho_B^2}{m_\omega^2} - \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} \Rightarrow p = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2 \rho_B^2}{m_\omega^2} - \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk \frac{k^4}{E^*(k)} \quad (2.70)$$

Sendo que $E^*(k) = \sqrt{k^2 + M^{*2}}$, a integral na expressão acima é resolvida analiticamente,

$$\int dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} = \frac{1}{4} k^3 \sqrt{k^2 + M^{*2}} - \frac{3}{8} M^{*2} k \sqrt{k^2 + M^{*2}} + \frac{3}{8} M^{*4} \ln \left(k + \sqrt{k^2 + M^{*2}} \right). \quad (2.71)$$

E assim, a pressão 2.70 fica,

$$p = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2 \rho_B^2}{m_\omega^2} - \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{2\pi^2} \left[\left(\frac{1}{4} k_F^3 - \frac{3}{8} M^{*2} k_F \right) \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} + \frac{3}{8} M^{*4} \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}{M^*} \right) \right]. \quad (2.72)$$

Através da equação 2.33, vemos que k_F é função de n_B através da relação,

$$k_F = \left(\frac{6\pi^2}{\gamma} \rho_B \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.73)$$

Agora, precisaremos da expressão da energia dada por 2.35,

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (m_\omega^2 \omega_0^2 + m_\sigma^2 \sigma_0^2) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k E^*(k) \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2 \rho_B^2}{m_\omega^2} + \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 E^*(k). \quad (2.74)$$

Resolvendo analiticamente a integral acima,

$$\int dk k^2 \sqrt{k^2 + M^{*2}} = \frac{1}{4} k \left(\sqrt{k^2 + M^{*2}} \right)^3 - \frac{1}{8} M^{*2} k \sqrt{k^2 + M^{*2}} - \frac{1}{8} M^{*4} \ln \left(k + \sqrt{k^2 + M^{*2}} \right), \quad (2.75)$$

a energia fica:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2 \rho_B^2}{m_\omega^2} + \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left[\left(\frac{1}{4} k_F^3 + \frac{1}{8} M^{*2} k_F \right) \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} - \frac{1}{8} M^{*4} \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}{M^*} \right) \right]. \quad (2.76)$$

Agora, podemos calcular as constantes de acoplamento do modelo de Walecka. Estas são calculadas na saturação onde temos: $\rho_B = \rho_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $M^* = M_0^*$ e $k_F = k_{F0}$. Na saturação, a pressão é nula, pois a adição de um novo núcleon ao sistema será ignorada pelos núcleons mais internos, não exercendo força sobre eles (teorema de Hungeholtz-van Hove [9]). Com isso temos:

$$\frac{1}{2} \frac{g_\omega^2 \rho_0^2}{m_\omega^2} - \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{2\pi^2} \left[\left(\frac{1}{4} k_F^3 - \frac{3}{8} M^{*2} k_F \right) \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} + \frac{3}{8} M^{*4} \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}{M^*} \right) \right] = 0. \quad (2.77)$$

A segunda equação a ser utilizada, é

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2 \rho_0^2}{m_\omega^2} + \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left[\left(\frac{1}{4} k_F^3 + \frac{1}{8} M^{*2} k_F \right) \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} - \frac{1}{8} M^{*4} \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}{M^*} \right) \right]. \quad (2.78)$$

Estas duas equações formam um sistema para $\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2}$ e $\frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2}$. Após alguma álgebra chegamos

a

$$\frac{m_\omega^2}{g_\sigma^2} = \frac{\varepsilon_0}{(M - M^*)^2} - \frac{1}{(M - M^*)^2} \frac{\gamma}{2\pi^2} \left[\left(\frac{1}{6} k_F^3 + \frac{1}{4} M^{*2} k_F \right) \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} - \frac{1}{4} M^{*4} \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}{M^*} \right) \right]. \quad (2.79)$$

e

$$\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} = -\frac{\gamma}{6\pi^2} \frac{k_F^3}{\rho_0^2} \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} + \frac{\varepsilon_0}{\rho_0^2} \implies \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} = -\frac{1}{\rho_0} \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} + \frac{\varepsilon_0}{\rho_0^2}. \quad (2.80)$$

Na equação 2.80, foi utilizada a equação 2.73. Agora, para calcularmos os valores das constantes de acoplamento basta substituírmos os valores dos parâmetros observados experimentalmente. O valor de ε_0 é determinado a partir da energia de ligação por núcleon,

$$\frac{B}{A} = \frac{\varepsilon_0}{\rho_0} - M. \quad (2.81)$$

Os outros vínculos serão necessários para o cálculo de outros modelos como o de Walecka não linear e o modelo de QHD-II. O primeiro deles é a constante de incompressibilidade K que define a curvatura da equação de estado $\frac{\varepsilon}{\rho_B}$ em ρ_0 . Ela reflete o comportamento de alta densidade da equação de estado, embora não unicamente. Quanto maior for o valor de K , mais gradualmente a equação de estado irá aumentar com a densidade. A expressão para a incompressibilidade é dada por,

$$K = 9 \left[\rho_B^2 \frac{d^2}{d\rho_B^2} \left(\frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) \right]_{\rho_B=\rho_0} \quad (2.82)$$

Agora um outro vínculo, este para o modelo QHD-II, é o coeficiente de energia de assimetria a_4 . Quando estudarmos as transições de fase de hádrons para o plasma de quarks e glúons, introduziremos o méson ρ . Para a matéria nuclear simétrica, o méson ρ será 0. A expressão de a_4 é dada por,

$$a_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) \right]_{t=0} \implies a_4 = \left(\frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \frac{k_F^3}{12\pi^2} + \frac{k_F^2}{6\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}, \quad (2.83)$$

onde $t = \frac{\rho_p - \rho_n}{\rho_B}$.

Em seu trabalho original, Walecka utilizou os seguintes dados experimentais,

$\frac{B}{A} = -15.75 \text{ MeV}$	$\rho_0 = 0.193 \text{ fm}^{-3}$
------------------------------------	----------------------------------

com isso ele encontrou os seguintes resultados:

$\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} = 8.65 \text{ fm}^2$	$\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} = 11,79 \text{ fm}^2$	$\frac{M^*}{M} = 0,56$	$K = 560 \text{ MeV}$
---	--	------------------------	-----------------------

Os valores para $\frac{M^*}{M}$ e K estão muito diferentes dos valores experimentais que são: $0.7 - 0.8$ e $240 - 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Os valores utilizados em nosso trabalho foram,

$\frac{B}{A} = -16 \text{ MeV}$	$\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$
---------------------------------	---------------------------------

que são os valores mais aceitos e utilizados atualmente. Além disso, já utilizando os valores das massas dos mésons como:

$m_\sigma = 550 \text{ MeV}$	$m_\omega = 783 \text{ MeV}$	$m_\rho = 770 \text{ MeV}$
------------------------------	------------------------------	----------------------------

podemos obter as nossas constantes de acoplamento para o nosso modelo da QHD-I e QHD-II que será referido como *linear sem interação*:

$g_\sigma = 11.03$	$g_\omega = 13.73$	$\frac{M^*}{M} = 0,54$	$K = 550 \text{ MeV}$
--------------------	--------------------	------------------------	-----------------------

Para o cálculo de g_ρ , utilizaremos o valor experimental de $a_4 = 32.5 MeV$ e os valores dos outros observáveis acima para fornecer o seguinte valor de $g_\rho = 8.33$.

É importante enfatizarmos que existem inúmeras outras modificações do modelo de Waleka. Como por exemplo, modelos em que as constantes de acoplamento dependem densidade ou do campo σ [10–19]. Porém, utilizamos este modelo original de Walecka com suas variantes utilizadas neste capítulo e nos próximos com a inclusão da interação entre os mésons escalar e vetorial pelo fato de que estes modelos são mais simples.

Capítulo 3

Interações entre os mésons $\sigma - \omega$ e as constantes de acoplamento

Neste capítulo, iremos montar o sistema para o cálculo das constantes de acoplamento e assim redefinir as mesmas através da inclusão da interação entre os mésons σ e ω . Na parte final do capítulo 2, falamos sobre as grandezas necessárias e as condições que juntamente com os observáveis e as massas do nucleon e dos mésons permitem que possamos redefinir as constantes de acoplamento do modelo que quisermos considerar. No final, estaremos aptos a calcular as constantes de acoplamento do modelo da QHD-I com interação entre os mésons que será denominado *linear com interação*, o caso de QHD-I sem interação, já calculado no capítulo 2, será denominado *linear sem interação*. Estes serão utilizados no capítulo 4 no estudo da transição de fase líquido-vapor. Também no final deste capítulo calcularemos as constantes de acoplamento do modelo da QHD-I, que possuem termos não lineares em σ , com e sem interação entre os mésons que serão denominados de *não linear com interação* e *linear com interação* respectivamente.

A densidade lagrangiana que utilizamos neste trabalho é:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M) \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} (m_\omega - g_{\sigma\omega} \sigma)^2 \omega_\mu \omega^\mu + g_\sigma \bar{\psi} \psi \sigma \\ & - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu - U(\sigma), \end{aligned} \quad (3.1)$$

com $U(\sigma)$ definido como no capítulo 1,

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} b M (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4. \quad (3.2)$$

Ela difere da densidade lagrangiana não linear original de Walecka através da substituição da massa do méson vetorial pela substituição,

$$m_\omega \rightarrow m_\omega - g_{\sigma\omega}\sigma. \quad (3.3)$$

O efeito é de um aparecimento de uma massa efetiva para o méson vetorial como no caso do núcleon. No trabalho de Manka [20], o valor para a constante $g_{\sigma\omega}$ foi considerado através da relação:

$$g_{\sigma\omega} = \frac{2}{3}g_\sigma. \quad (3.4)$$

Este valor foi colocado como uma aproximação através da composição de quarks dos mésons e do núcleon. Essa aproximação não é boa e destoa do cálculo das outras constantes de acoplamento do modelo que são calculadas através dos observáveis da matéria nuclear. Neste trabalho, vamos calcular as constantes de acoplamento do modelo que quisermos através do reajuste das mesmas usando os observáveis do mesmo.

3.1 Redefinição das constantes de acoplamento

Nesta seção iremos montar um sistema de equações para as constantes de acoplamento do nosso modelo, que são: g_σ , g_ω , $g_{\sigma\omega}$, b e c . É importante enfatizar que as constantes de acoplamento são obtidas em temperatura zero. O procedimento aqui é análogo ao que está em [21]. Começando do lagrangeano (3.1) e fazendo a aproximação de campo médio como no primeiro capítulo, obtemos as equações de Euler-Lagrange,

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - g_\omega\gamma^0\omega_0 - M^*)\psi = 0 \quad (3.5)$$

$$(m_\sigma^2 - g_{\sigma\omega}^2\omega_0^2)\sigma = g_\sigma\rho_S - g_{\sigma\omega}m_\omega\omega_0^2 - \frac{dU}{d\sigma} \quad (3.6)$$

$$(m_\omega - g_{\sigma\omega}\sigma)^2\omega_0 = g_\omega\rho_0 \quad (3.7)$$

As quantidades ρ_S e ρ_0 nas equações (3.6) e (3.7) são as densidades escalares e bariônica que já apareceram no capítulo 1 e suas expressões são

$$\rho_S = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{M^*}{E^*(k)}, \quad (3.8)$$

$$\rho_0 = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k, \quad (3.9)$$

com $E^*(k) = \sqrt{k^2 + M^{*2}}$. Já a quantidade M^* é a massa efetiva do nucleon e sua expressão é:

$$M^* = M - g_\sigma \sigma. \quad (3.10)$$

A expressão em (3.6) pode ser escrita na forma:

$$\{m_\sigma^2 + g_\sigma^2 [bM (g_\sigma \sigma) + c (g_\sigma \sigma)^2] - g_{\sigma\omega}^2 \omega_0^2\} \sigma = g_\sigma \rho_S - g_{\sigma\omega} m_\omega \omega_0^2 \quad (3.11)$$

onde, junto com a equação (3.7), podemos identificar as massas efetivas dos mésons:

$$m_\sigma^{*2} = m_\sigma^2 + g_\sigma^2 [bM (g_\sigma \sigma) + c (g_\sigma \sigma)^2] - g_{\sigma\omega}^2 \omega_0^2 \quad (3.12)$$

$$m_\omega^{*2} = (m_\omega - g_{\sigma\omega} \sigma)^2 \quad (3.13)$$

Além disso, precisaremos das expressões das densidade de energia e pressão:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (m_\omega^{*2} \omega_0^2 + m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k E^*(k) + U(\sigma) \quad (3.14)$$

$$p = \frac{1}{2} (m_\omega^{*2} \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k \frac{k^2}{E^*(k)} - U(\sigma). \quad (3.15)$$

Primeiramente, precisaremos da derivada da densidade de energia ε com relação a densidade bariônica ρ . Utilizando a equação (3.14),

$$\frac{d\varepsilon}{d\rho} = -g_{\sigma\omega} m_\omega^* \omega_0^2 \frac{d\sigma}{d\rho} + m_\omega^{*2} \omega_0 \frac{d\omega_0}{d\rho} + \left(m_\sigma^2 \sigma + \frac{dU}{d\sigma} \right) \frac{d\sigma}{d\rho} + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \frac{d}{d\rho} \int_0^{k_F} d^3 k E^*(k). \quad (3.16)$$

Utilizando a equação de Euler-Lagrange (3.7) para o campo ω_0 , teremos:

$$\frac{d}{d\rho} (m_\omega^{*2} \omega_0) = \frac{d}{d\rho} (g_\omega \rho) \implies m_\omega^{*2} \frac{d\omega_0}{d\rho} - 2g_{\sigma\omega} m_\omega^* \omega_0 \frac{d\sigma}{d\rho} = g_\omega \implies m_\omega^{*2} \frac{d\omega_0}{d\rho} = g_\omega + 2g_{\sigma\omega} m_\omega^* \omega_0 \frac{d\sigma}{d\rho}. \quad (3.17)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (3.17) por ω_0 e substituindo em (3.16), teremos,

$$\frac{d\varepsilon}{d\rho} = g_\omega \omega_0 + g_{\sigma\omega} m_\omega^* \omega_0^2 \frac{d\sigma}{d\rho} + \left(m_\sigma^2 \sigma + \frac{dU}{d\sigma} \right) \frac{d\sigma}{d\rho} + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \frac{d}{d\rho} \int_0^{k_F} d^3 k E^*(k). \quad (3.18)$$

Esta equação pode ser escrita como,

$$\frac{d\varepsilon}{d\rho} = g_\omega \omega_0 + \left[(m_\sigma^2 \sigma - g_{\sigma\omega}^2 \omega_0^2) \sigma + \frac{dU}{d\sigma} + g_{\sigma\omega} m_\omega \omega_0^2 \right] \frac{d\sigma}{d\rho} + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \frac{d}{d\rho} \int_0^{k_F} d^3 k E^*(k). \quad (3.19)$$

Usando a equação de Euler-Lagrange (3.6) do campo σ , podemos reescrever a equação (3.19) como

$$\frac{d\varepsilon}{d\rho} = g_\omega \omega_0 + g_\sigma \rho_S \frac{d\sigma}{d\rho} + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \frac{d}{d\rho} \int_0^{k_F} d^3 k E^*(k). \quad (3.20)$$

Agora, para o cálculo da derivada da integral no terceiro termo de (3.20), faremos,

$$\rho = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3 \implies d\rho = \frac{\gamma}{2\pi^2} k_F^2 dk_F \implies \frac{d\rho}{dk_F} = \frac{\gamma}{2\pi^2} k_F^2 \quad (3.21)$$

e usando os resultados do cálculo diferencial:

$$\frac{d}{d\rho} = \frac{d}{dk_F} \frac{dk_F}{d\rho} \quad (3.22)$$

e

$$\frac{d}{dx} \int_0^x f(x, y) dy = f(x, x) + \int_0^x \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) dy \quad (3.23)$$

temos,

$$\frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{d}{d\rho} \int_0^{k_F} k^2 E^*(k) dk = E^*(k_F) - g_\sigma \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{M^*}{E^*(k)} \frac{d\sigma}{d\rho} k^2 dk = E^*(k_F) - g_\sigma \rho_S \frac{d\sigma}{d\rho}. \quad (3.24)$$

Substituindo (3.24) em (3.20) obtemos,

$$\frac{d\varepsilon}{d\rho} = \mu = g_\omega \omega_0 + E^*(k_F). \quad (3.25)$$

Também devemos ter que $\frac{\varepsilon}{\rho}$ deve ter um mínimo na saturação. Com isso,

$$\frac{d}{d\rho} \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\varepsilon}{d\rho} - \frac{\varepsilon}{\rho} \right) = 0 \implies \frac{\varepsilon}{\rho} = \frac{d\varepsilon}{d\rho} = \mu, \quad (3.26)$$

onde μ é o potencial químico bariônico. Na saturação, combinando (3.25) e (3.26), podemos escrever,

$$M + \frac{B}{A} = \frac{\varepsilon}{\rho} = g_\omega \omega_0 + E^*(k_F) = \mu. \quad (3.27)$$

Agora, considerando a equação (3.7), teremos,

$$(m_\omega - g_{\sigma\omega}\sigma)^2 \omega_0 = g_\omega \rho_0 \implies m_\omega^{*2} \omega_0 = g_\omega \rho_0 \implies \omega_0 = \frac{g_\omega \rho_0}{m_\omega^{*2}}. \quad (3.28)$$

Substituindo esta expressão na equação (3.27), teremos,

$$M + \frac{B}{A} = \frac{g_\omega^2 \rho_0}{m_\omega^{*2}} + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} \implies g_\omega = m_\omega^* \left(\frac{M + \frac{B}{A} - \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.29)$$

Esta é uma relação para g_ω . Podemos formar uma relação para $g_{\sigma\omega}$ através das equações (3.10) e $m_\omega^* = m_\omega - g_{\sigma\omega}\sigma$,

$$M^* = M - g_\sigma \sigma \implies \sigma = \frac{M - M^*}{g_\sigma}. \quad (3.30)$$

e também,

$$m_\omega^* = m_\omega - g_{\sigma\omega}\sigma \implies \sigma = \frac{m_\omega - m_\omega^*}{g_{\sigma\omega}}. \quad (3.31)$$

Igualando as equações (3.30) e (3.31),

$$\frac{m_\omega - m_\omega^*}{g_{\sigma\omega}} = \frac{M - M^*}{g_\sigma} \implies g_{\sigma\omega} = \frac{m_\omega - m_\omega^*}{M - M^*} g_\sigma \quad (3.32)$$

Esta agora é uma relação para $g_{\sigma\omega}$. Agora falta achar relações para calcular g_σ , b e c . Veremos que através dos observáveis será formado um sistema linear onde as incógnitas são $\frac{1}{g_\sigma^2}$, b e c usando também as relações para g_ω e $g_{\sigma\omega}$.

Primeiramente, consideraremos a equação de Euler-Lagrange para o campo σ (3.6),

$$(m_\sigma^2 - g_{\sigma\omega}^2 \omega_0^2) \sigma = g_\sigma \rho_S - g_{\sigma\omega} m_\omega \omega_0^2 - \frac{dU}{d\sigma}. \quad (3.33)$$

Usando as equações (3.10) e (3.28) teremos,

$$\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma}\right)^2 (M - M^*) + bM (M - M^*)^2 + c(M - M^*)^3 = \rho_S + \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma}\right)^2 \left(\frac{g_\omega \rho_0}{m_\omega^{*2}}\right)^2 (M - M^*) - \frac{g_{\sigma\omega} m_\omega}{g_\sigma} \left(\frac{g_\omega \rho_0}{m_\omega^{*2}}\right)^2. \quad (3.34)$$

Esta é a primeira equação de nosso sistema linear.

Agora, vamos considerar a equação para densidade de energia (3.14),

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (m_\omega^{*2} \omega_0^2 + m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k E^*(k) + U(\sigma). \quad (3.35)$$

Reescrevendo esta equação usando novamente as equações (3.10) e (3.28),

$$\frac{1}{2} \left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma}\right)^2 (M - M^*)^2 + \frac{1}{3} bM (M - M^*)^3 + \frac{1}{4} c(M - M^*)^4 = \varepsilon - \frac{1}{2} \left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 \rho_0^2 - \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k E^*(k) \quad (3.36)$$

Esta é mais uma equação para as incógnitas $\frac{1}{g_\sigma^2}$, b e c .

Agora, para obtermos a última equação, utilizaremos a incompressibilidade que se define da seguinte forma,

$$K = 9\rho^2 \frac{d^2}{d\rho^2} \left(\frac{\varepsilon}{\rho}\right)_{\rho=\rho_0} \quad (3.37)$$

com ρ_0 sendo a densidade de saturação nuclear. Calculando a derivada segunda de ε com relação a ρ obtemos,

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\rho^2} \left(\frac{\varepsilon}{\rho}\right) &= \frac{d}{d\rho} \left[\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\varepsilon}{d\rho} - \frac{\varepsilon}{\rho} \right) \right] = -\frac{1}{\rho^2} \left(\frac{d\varepsilon}{d\rho} - \frac{\varepsilon}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \left[\frac{d^2\varepsilon}{d\rho^2} - \frac{d}{d\rho} \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right) \right] \stackrel{\rho=\rho_0}{=} \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{d^2\varepsilon}{d\rho^2} = \frac{1}{\rho} \frac{d\mu}{d\rho} \end{aligned} \quad (3.38)$$

E assim, a incompressibilidade pode ser escrita como,

$$K = 9\rho \frac{d\mu}{d\rho} \quad (3.39)$$

em $\rho = \rho_0$. De (3.27) e (3.29) temos,

$$\frac{d\mu}{d\rho} = \left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 + 2\left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 \frac{g_{\omega\sigma}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*} \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} + \frac{1}{E^*} \left[k \frac{dk}{d\rho} - M^* \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} \right]. \quad (3.40)$$

Da equação (3.21) e (3.22) temos

$$\frac{dk}{d\rho} = \frac{2\pi^2}{\gamma k^2}. \quad (3.41)$$

Com isso, reescrevemos a equação (3.40):

$$\begin{aligned} \frac{d\mu}{d\rho} &= \frac{K}{9\rho} = \left[\left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 + \frac{2\pi^2}{\gamma E^* k} \right] + \left[2\left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 \frac{g_{\omega\sigma}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*} - \frac{M^*}{E^*} \right] \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} \Rightarrow \\ \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} &= \left\{ \frac{K}{9\rho} - \left[\left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 + \frac{2\pi^2}{\gamma E^* k} \right] \right\} \left[2\left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 \frac{g_{\omega\sigma}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*} - \frac{M^*}{E^*} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Agora, a única variável que falta em (3.42) é $\frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho}$. Todo o lado direito é conhecido para a densidade de saturação da matéria nuclear. Para obtermos essa expressão voltamos a expressão do campo escalar (3.6), multiplicamos a mesma por g_σ e derivamos,

$$(m_\sigma^2 - g_{\sigma\omega}^2 \omega_0^2) g_\sigma \sigma = g_\sigma^2 \rho_S - g_\sigma^2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} m_\omega \omega_0^2 - g_\sigma^2 \frac{dU}{d(g_\sigma\sigma)} \Rightarrow \quad (3.43)$$

$$\frac{d}{d\rho} \left\{ \left[\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma}\right)^2 - \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma}\right)^2 \omega_0^2 \right] g_\sigma \sigma \right\} = \frac{d\rho_S}{d\rho} - 2m_\omega \omega_0 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{d\omega_0}{d\rho} - \frac{d^2 U}{d^2(g_\sigma\sigma)} \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} \quad (3.44)$$

Após manipulações algébricas chegamos a

$$\left[\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma}\right)^2 - \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma}\right)^2 \omega_0^2 + \frac{d^2 U}{d^2(g_\sigma\sigma)} \right] \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} = \frac{d\rho_S}{d\rho} - 2m_\omega^* \omega_0 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{d\omega_0}{d\rho}. \quad (3.45)$$

Para calcular o segundo termo do membro direito de (3.45), usamos (3.17)

$$\frac{d\omega_0}{d\rho} = \frac{g_\omega}{m_\omega^{*2}} + 2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{\omega_0}{m_\omega^*} \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} \Rightarrow 2m_\omega^* \omega_0 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{d\omega_0}{d\rho} = 2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{g_\omega}{m_\omega^*} \omega_0 + 4 \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma}\right)^2 \omega_0 \frac{d\omega_0}{d\rho}. \quad (3.46)$$

Substituindo (3.46) em (3.45) e passando para o lado esquerdo o termo proporcional à derivada de σ obtemos, usando também (3.7)

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma}\right)^2 + 3 \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma}\right)^2 \omega_0^2 + \frac{d^2 U}{d^2(g_\sigma\sigma)} \right] \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} &= \frac{d\rho_S}{d\rho} - 2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{g_\omega}{m_\omega^*} \omega_0 \Rightarrow \\ \left[\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma}\right)^2 + 3 \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma}\right)^2 \omega_0^2 + \frac{d^2 U}{d^2(g_\sigma\sigma)} \right] \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} &= \frac{d\rho_S}{d\rho} - 2 \left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*}\right)^2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Agora é necessário é calcular $\frac{d\rho_S}{d\rho}$. Usando a equação (3.8), (3.21) e (3.23),

$$\frac{d\rho_S}{d\rho} = \frac{M^*}{E_F^*} + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{d(M^*/E^*)}{d(g_\sigma\sigma)} \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} k^2 dk = \frac{M^*}{E_F^*} - I_3 \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} \quad (3.48)$$

onde:

$$I_3 = -\frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{d(M^*/E^*)}{d(g_\sigma\sigma)} k^2 dk, \quad (3.49)$$

que após alguns cálculos fica,

$$I_3 = -\frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^4}{E^{*3}} dk. \quad (3.50)$$

Substituindo (3.48) em (3.47) e agrupando os termos proporcionais à derivada do campo σ obtemos:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma} \right)^2 + 3 \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \right)^2 \omega_0^2 + \frac{d^2 U}{d^2(g_\sigma\sigma)} + I_3 \right] \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} = \frac{M^*}{E_F^*} - 2 \left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*} \right)^2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*} \Rightarrow \\ & \frac{d(g_\sigma\sigma)}{d\rho} = \left[\frac{M^*}{E_F^*} - 2 \left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*} \right)^2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*} \right] \left[\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma} \right)^2 + 3 \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \right)^2 \omega_0^2 + \frac{d^2 U}{d^2(g_\sigma\sigma)} + I_3 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Igualando (3.42) e (3.51) obtemos,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma} \right)^2 + \frac{d^2 U}{d^2(g_\sigma\sigma)} = \\ & \left[\frac{M^*}{E_F^*} - 2 \left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*} \right)^2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*} \right]^2 \left\{ \left[\left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*} \right)^2 + \frac{2\pi^2}{\gamma E^* k} \right] - \frac{K}{9\rho} \right\}^{-1} - 3 \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \right)^2 \omega_0^2 - I_3. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Compactando a notação

$$C = \left[\frac{M^*}{E_F^*} - 2 \left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*} \right)^2 \frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \frac{\rho}{m_\omega^*} \right]^2 \left\{ \left[\left(\frac{g_\omega}{m_\omega^*} \right)^2 + \frac{2\pi^2}{\gamma E^* k} \right] - \frac{K}{9\rho} \right\}^{-1} - 3 \left(\frac{g_{\sigma\omega}}{g_\sigma} \right)^2 \omega_0^2 - I_3. \quad (3.53)$$

O valor do parâmetro C definido na última equação pode ser obtido a partir dos observáveis propostos na teoria. Reescrevemos (3.52) na forma,

$$\left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma} \right)^2 + 2bM(g_\sigma\sigma) + 3c(g_\sigma\sigma)^2 = C \quad (3.54)$$

Esta é a última equação do nosso sistema linear.

Agora podemos calcular as constantes de acoplamento do nosso modelo hadrônico tanto para o modelo QHD-I quanto para o modelo QHD-II. Sendo que o nosso enfoque é a interação entre os mésons, fizemos o estudo com e sem interação. Temos todos os observáveis para o cálculo das constantes de acoplamento, estes que são obtidos através das propriedades da matéria nuclear. O modelo linear sem interação já foi calculado no capítulo 1. Utilizando os valores dos observáveis: $\frac{B}{A} = -16MeV$, $\rho_0 = 0.15fm^{-3}$, $a_4 = 32.5MeV$, $\frac{M^*}{M} = 0.7$ e os valores das massas dos mésons: $m_\sigma = 550MeV$, $m_\omega = 783MeV$ e $m_\rho = 770MeV$, temos o modelo *linear com interação*:

$\frac{m_\omega^*}{m_\omega} = 0.94$	$g_\sigma = 9.03$	$g_\omega = 10.08$	$g_\rho = 8.33$	$g_{\sigma\omega} = 1.55$	$K = 399.4MeV$
--------------------------------------	-------------------	--------------------	-----------------	---------------------------	----------------

onde $b = c = 0$. Utilizamos o valor de $\gamma = 4$ por tratar-se de matéria nuclear. Aqui não utilizamos a equação para a incompressibilidade (3.54). O motivo é que queríamos calcular o valor de $\frac{m_\omega^*}{m_\omega}$, além de g_σ e g_ω e claro observar qual o valor fornecido para a incompressibilidade quando a interação entre os mésons atua.

Para os modelos não lineares, além dos observáveis acima, é necessário fornecer, como dados de entrada, os valores de $\frac{m_\omega^*}{m_\omega}$ e K . Estes foram 0.94 e 300MeV respectivamente. Logo, o modelo *não linear com interação* é:

$g_\sigma = 9.29$	$g_\omega = 10.08$	$g_{\sigma\omega} = 1.6$	$g_\rho = 8.33$	$b = 0.0023$	$c = -0.005$
-------------------	--------------------	--------------------------	-----------------	--------------	--------------

já o modelo *não linear sem interação* é:

$g_\sigma = 9.63$	$g_\omega = 10.75$	$g_{\sigma\omega} = 0.0$	$g_\rho = 8.33$	$b = 0.0027$	$c = -0.0008$
-------------------	--------------------	--------------------------	-----------------	--------------	---------------

É importante comentar que o sistema do nosso modelo não apresenta uma equação ou relação para o cálculo de g_ρ . O cálculo da mesma é feita através de uma relação obtida da equação (2.83) [21]:

$$\left(\frac{g_\rho}{m_\rho}\right)^2 = \frac{8}{\rho_0} \left[a_4 - \frac{k_F^2}{6\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right] \quad (3.55)$$

Na tabela abaixo, colocamos as constantes de acoplamento dos modelos que iremos utili-

zar:

	g_σ	g_ω	$g_{\sigma\omega}$	g_ρ	$b(\times 10^{-2})$	$c(\times 10^{-2})$	$K (MeV)$	$\frac{M^*}{M}$	$\frac{m_\omega^*}{m_\omega}$
<i>LSI</i>	11.03	13.73	0	8.33	0	0	550	0.54	1
<i>LCI</i>	9.03	10.08	1.55	8.33	0	0	399.4	0.7	0.94
<i>NLSI</i>	9.63	10.75	0	8.33	0.27	-0.08	300	0.7	1
<i>NLCI</i>	9.29	10.08	1.6	8.33	0.23	-0.5	300	0.7	0.94

onde *LSI* é o *Linear sem interação*, *LCI* é o *Linear com interação*, *NLSI* é o *Não linear sem interação* e *NLCI* é o *Não linear com interação*. Estes serão os modelos que iremos utilizar nos capítulos quatro e cinco. No quarto capítulo utilizaremos os modelos como QHD-I onde não haverá o méson ρ já no quinto utilizaremos os modelos como QHD-II onde tem a presença de ρ .

Capítulo 4

Implicações da interação $\sigma - \omega$ para os modelos de Walecka

O modelo de Walecka QHD-I foi utilizado para reproduzir as propriedades da matéria nuclear. Uma conclusão importante dos resultados obtidos foi uma transição de fase de 1ª ordem (líquido-vapor) que foi inicialmente predito em [22] para densidade bariônica nula e estendido para densidades não nulas em [23]. Esta conclusão surgiu especialmente do comportamento da massa efetiva do nucleon em que para algumas temperaturas a massa efetiva pode ter mais de um valor. O objetivo deste trabalho é analisar através da interação entre os mésons escalar e vetorial no modelo de Walecka se este mesmo comportamento se observa.

O procedimento para o cálculo deste capítulo foi resolver um sistema não linear de duas incógnitas. As equações deste sistema foram a massa efetiva do núcleon e a razão R é a razão da densidade de antipartícula sobre a densidade de partícula, onde entre a densidade de antipartículas ($\bar{\rho}$) e a de partículas (ρ) presentes no sistema [24]:

$$M^* = M - \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 (bM(M - M^*)^2 + c(M - M^*)^2) + \frac{g_{\sigma\omega}g_\omega^2\rho_B^2g_\sigma}{m_\sigma^2(m_\omega - g_{\omega\sigma}\sigma)^3} - \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk \frac{M^*}{(k^2 + M^{*2})^{\frac{1}{2}}} [n_k(T) + \bar{n}_k(T)], \quad (4.1)$$

$$R = \frac{\bar{\rho}}{\rho}. \quad (4.2)$$

onde temos que

$$n_k(T) = \{\exp[(E^*(k) - \nu)/k_B T] + 1\}^{-1} \quad \text{e} \quad \bar{n}_k(T) = \{\exp[(E^*(k) + \nu)/k_B T] + 1\}^{-1}. \quad (4.3)$$

As raízes do sistema são M^* e ν . A densidade bariônica líquida é dada por $\rho_B = \rho - \bar{\rho}$. Assim, dada uma certa temperatura e um certo valor de R , podemos calcular os valores de M^* e ν . Através disso, podemos estudar o comportamento da massa efetiva, a entropia, além das massas efetivas dos mésons vetorial e escalar.

Um dos motivos que levaram a se propor modificações no modelo de Walecka, foi o valor da incompressibilidade. Como mencionado no capítulo 1, o valor da constante de incompressibilidade no trabalho original de Walecka foi de $K = 560 \text{ MeV}$. Como já foi dito, este valor é muito alto para o valor experimental que está na faixa de $240 - 300 \text{ MeV}$.

Com o objetivo de calcular o efeito da interação entre os mésons escalar e vetorial calculamos o valor da incompressibilidade para o modelo linear com interação onde apenas a interação $\sigma - \omega$ está presente. O gráfico é mostrado na figura abaixo 4.1. O valor da constante de incompressibilidade calculado é $K = 399.4 \text{ MeV}$. Vê-se que a interação diminui o valor da incompressibilidade mas não o suficiente para atingir os valores mais aceitos corretamente.

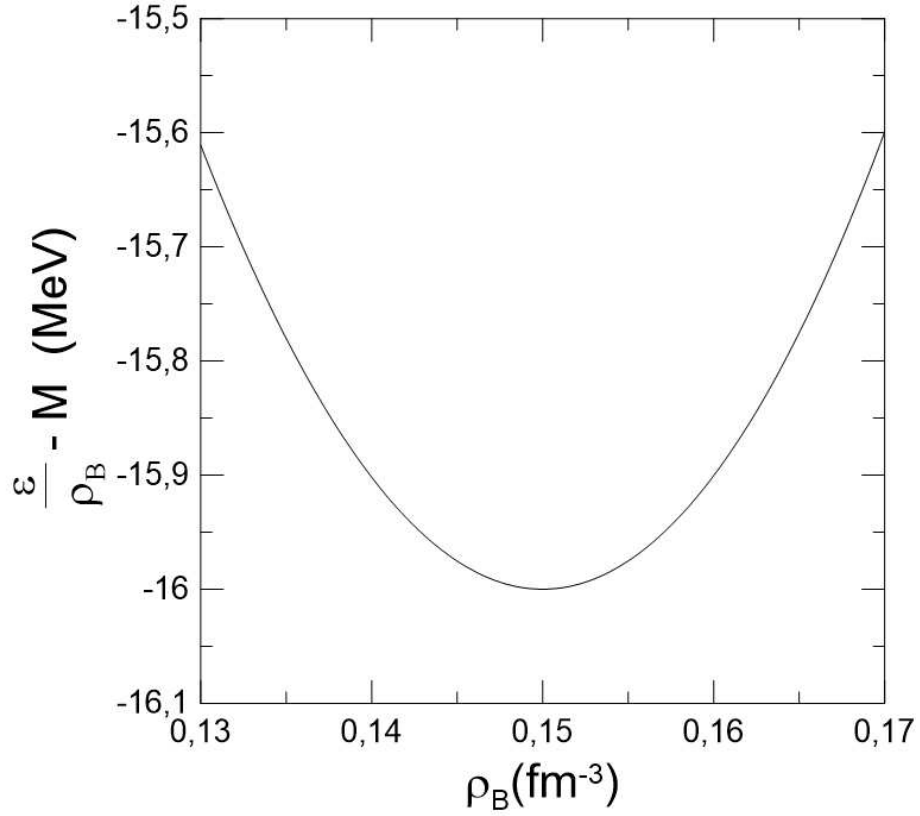


Figura 4.1: Energia de ligação por núcleon em função da densidade bariônica para valores próximos à densidade de saturação da matéria nuclear. Essa curva é usada para o cálculo da incompressibilidade da matéria nuclear.

4.1 Sinais da transição na massa efetiva do núcleon

Através do comportamento da massa efetiva do núcleon, foi sugerido uma transição do tipo van der Waals para a matéria nuclear. Inicialmente fizemos o comportamento da matéria nuclear para uma temperatura fixa $T = 186 \text{ MeV}$ e variamos a densidade bariônica. Utilizamos os nossos modelos lineares sem e com interação entre os mésons que são mostrados nos gráficos das figuras 4.2 e 4.3. A linha contínua na figura 4.2 é a massa efetiva do modelo linear com interação e a linha de baixo é a do modelo linear sem interação. Indicamos nas curvas alguns valores do parâmetro R . Para o modelo com interação, o limite de variação de R foi de 1 até aproximadamente 0,17. Já para o caso sem interação, o limite de variação foi de 1 até aproximadamente 0,71.

O mesmo estudo foi feito para os modelos não lineares com e sem interação para a

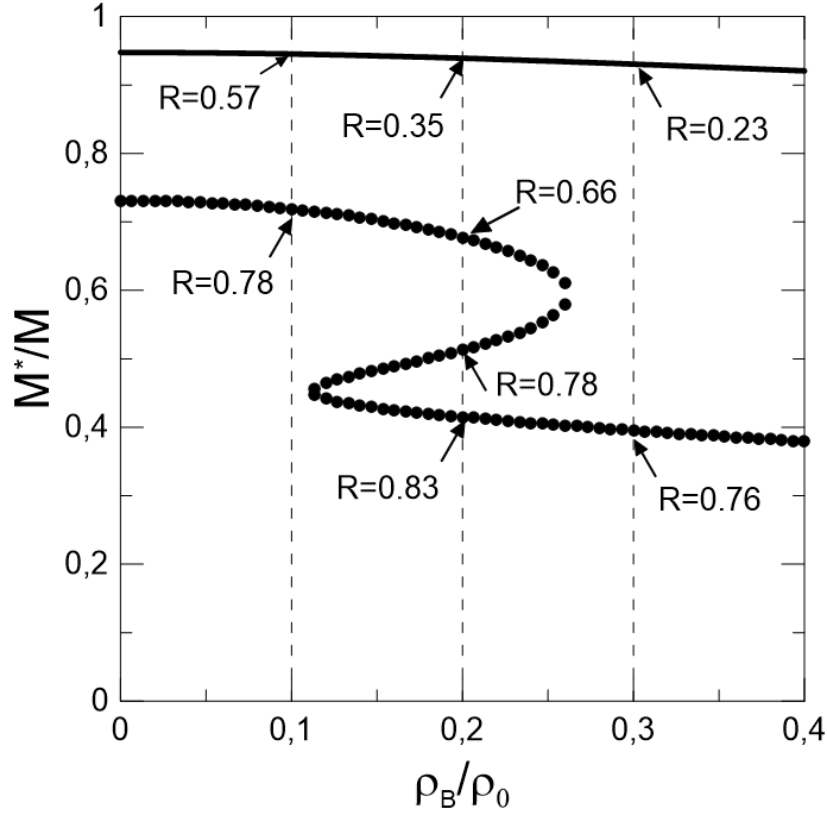


Figura 4.2: Massa efetiva para os sistemas lineares com (linha cheia) e sem interação (curva em pontos) contra a densidade bariônica dividida pela densidade de equilíbrio a temperatura constante $T = 186 \text{ MeV}$. A expressão para R é dada em (4.2). Ver no texto como variam os valores de R assinalados sobre as curvas.

mesma temperatura fixa $T = 186 \text{ MeV}$ e variando a densidade bariônica. O gráfico é mostrado abaixo 4.3. Do mesmo jeito que nos modelos lineares, a linha contínua na figura 4.3 é a do modelo não linear com interação e a tracejada é a do modelo não linear sem interação. Para o modelo com interação, o limite de variação de R foi de 1 até aproximadamente 0,18. Já para o caso sem interação, o limite de variação de R foi de 1 até aproximadamente 0,64. Nos dois casos podemos ver que o comportamento típico uma transição de fase líquido-vapor desaparece para os modelos com a introdução da interação entre os mésons.

A mesma situação podemos verificar para outras temperaturas. Quando colocamos a interação entre os mésons na densidade lagrangiana de Walecka tanto linear quanto não linear, o comportamento da massa efetiva do núcleon que apresenta três valores distintos

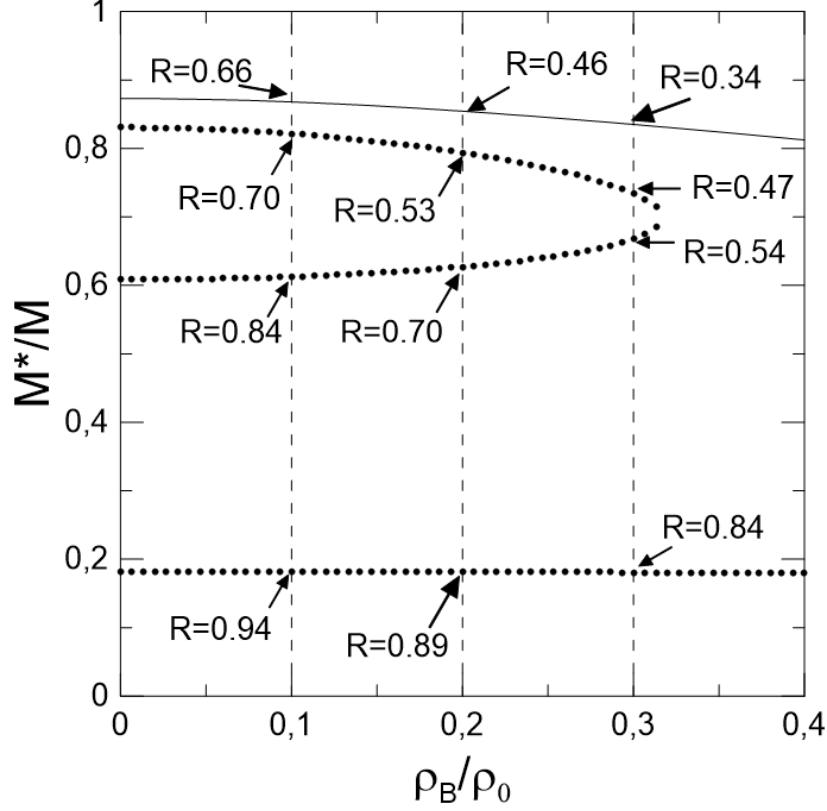


Figura 4.3: Massa efetiva para os sistemas não lineares com (linha cheia) e sem interação (curva em pontos) em função da densidade bariônica dividida pela densidade de equilíbrio a temperatura constante $T = 186 MeV$. A expressão para R é dada em (4.2). Ver no texto como variam os valores de R assinalados sobre as curvas.

para algumas regiões de densidade desaparece. Podemos ver isso na figura 4.4 para o modelo linear. Na parte (a) da figura 4.4, a massa efetiva do núcleon apresenta 3 valores diferentes para o parâmetro R nos valores de 0,3, 0,5 e 0,9, e para temperaturas entre $178,2 MeV$ a $186,9 MeV$. Não observamos o aparecimento de múltiplas raízes na parte (b) da figura 4.4. Valores de mínimo para outros R 's, como por exemplo 0,3, ocorre acima de $240 MeV$ e não colocamos por estar acima da temperatura de transição da matéria nuclear para o plasma de quarks e glúons. Podemos citar também que o mínimo para $R = 0,9$ não foi observado até $400 MeV$.

O caso não linear também verificamos a mesma situação, a qual está mostrada nos gráficos da figura 4.5. Na parte (a), a massa efetiva do núcleon tem 3 valores diferentes para os R 's de 0,3 a 0,9 entre as temperaturas de $167,2 MeV$ a $188,4 MeV$.

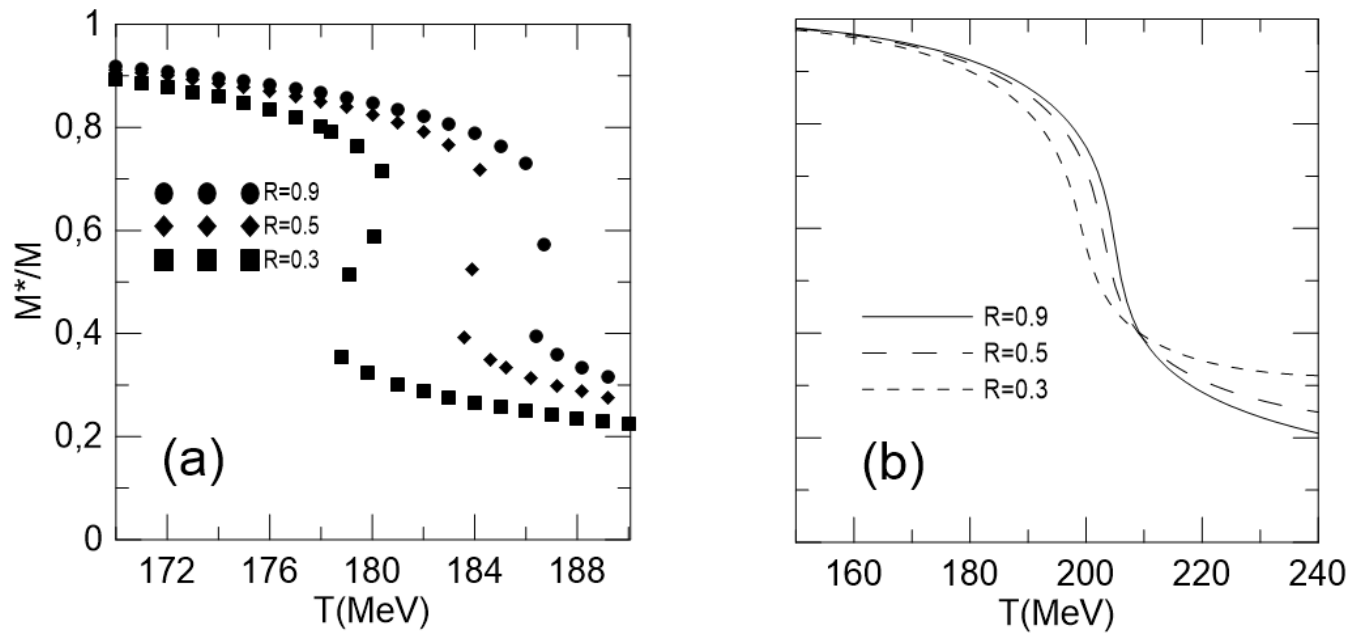


Figura 4.4: A parte (a) representa a massa efetiva dos nucleons para alguns valores de R , para o modelo de Walecka sem interação entre os mésons. A parte (b) mostra os resultados incluindo-se essa interação. Nos dois casos usamos o modelo linear.

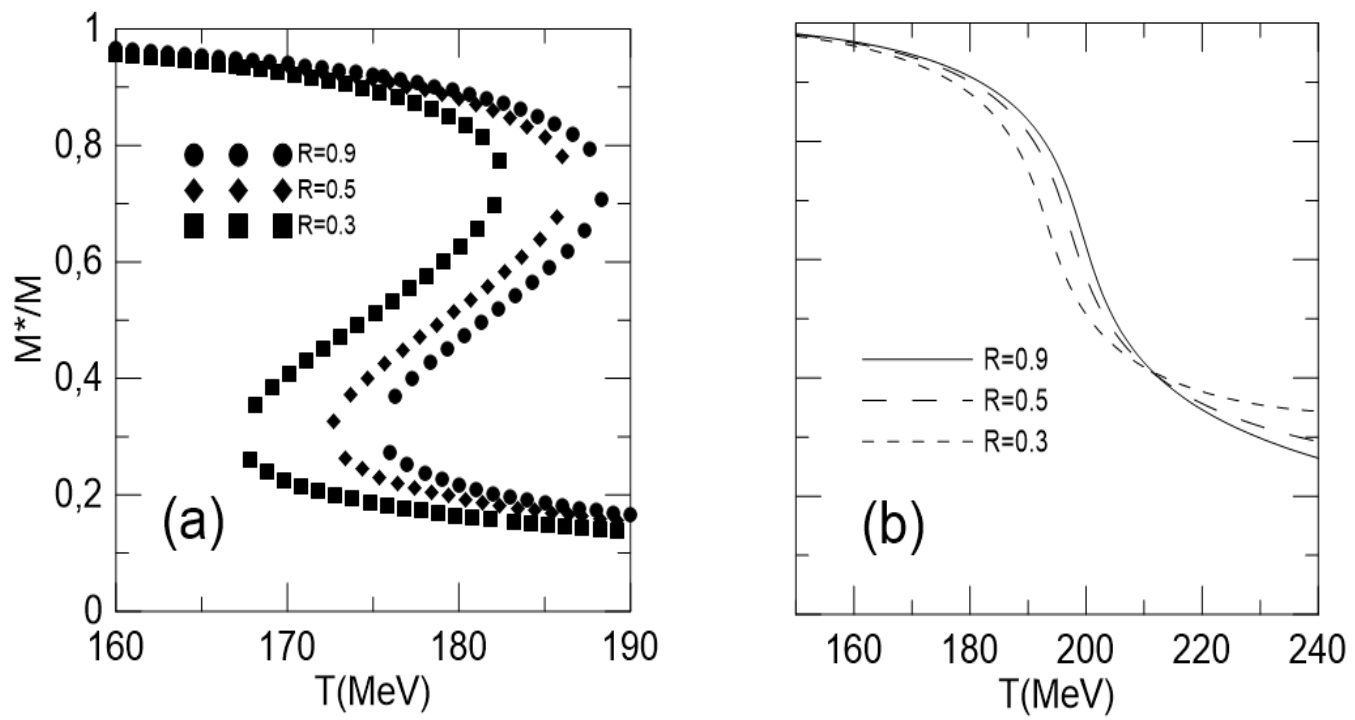


Figura 4.5: A parte (a) representa a massa efetiva dos nucleons para alguns valores de R , para o modelo de Walecka sem interação entre os mésons. A parte (b) mostra os resultados incluindo-se essa interação. Nos dois casos usamos o modelo não linear.

4.2 A entropia também denuncia a transição

A entropia do sistema também apresenta o comportamento multivalorado para algumas temperaturas como a massa efetiva para os modelos da QHD-I sem interação entre os mésons. O caso linear está mostrado na figura 4.6. Podemos observar que o comporta-

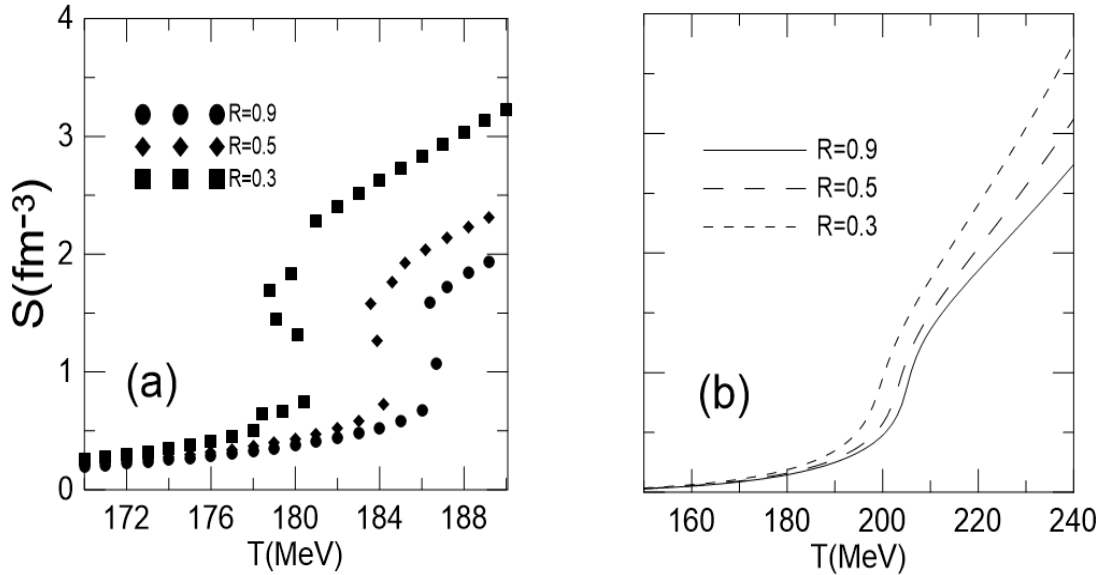


Figura 4.6: A parte (a) representa a entropia dos núcleons para alguns valores de R , para o modelo de Walecka sem interação entre os mésons. A parte (b) mostra os resultados incluindo-se essa interação. Nos dois casos usamos o modelo linear.

mento de multi valores para a entropia, que está presente no caso sem interação entre os mésons, desaparece no caso com interação entre os mésons. Igualmente para a massa efetiva, a mesma situação ocorre para o caso com interação que é mostrado na figura 4.7. Tanto no caso linear quanto no caso não linear, o comportamento de multivalores desaparece com a interação entre os mésons.

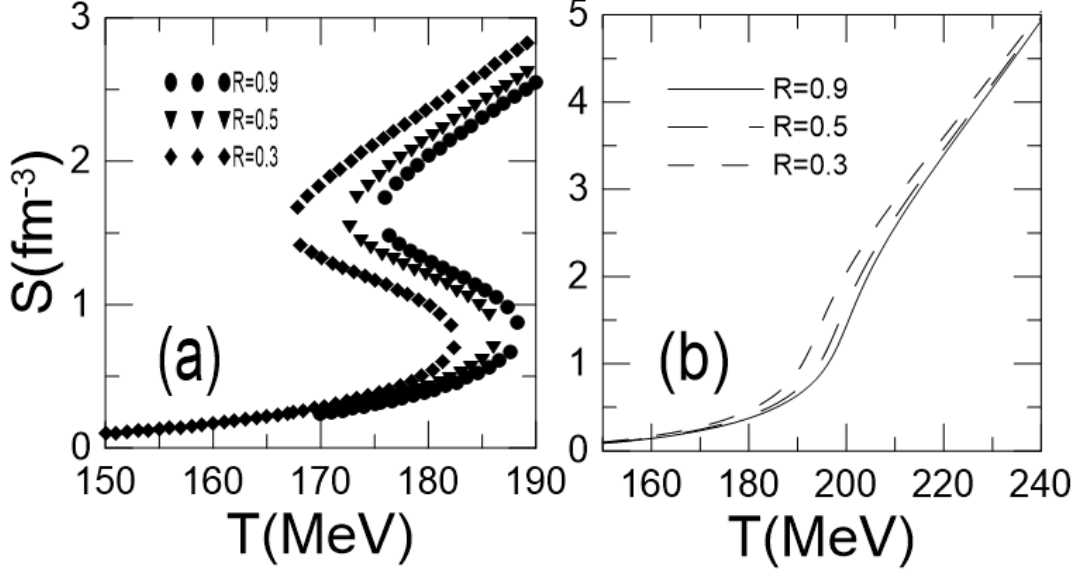


Figura 4.7: A parte (a) representa a entropia dos núcleons para alguns valores de R , para o modelo de Walecka sem interação entre os mésons. A parte (b) mostra os resultados incluindo-se essa interação. Nos dois casos usamos o modelo não linear.

4.3 Massas efetivas dos mésons σ e ω

Através das expressões das massas efetivas dos mésons escalar e vetorial,

$$m_\sigma^{*2} = m_\sigma^2 + g_\sigma^2 [bM (g_\sigma \sigma) + c (g_\sigma \sigma)^2] - g_{\sigma\omega}^2 \omega_0^2 \quad (4.4)$$

$$m_\omega^{*2} = (m_\omega - g_{\sigma\omega} \sigma)^2 \quad (4.5)$$

podemos ver o comportamento das mesmas através da interação entre os mésons. Podemos ver que sem interação, a massa efetiva do méson vetorial mantém-se inalterada quando a temperatura muda tanto para o modelo linear quanto o não linear. Já a massa efetiva do méson escalar varia apenas no caso não linear. Para o méson vetorial, as massas efetivas, nos modelos linear e não linear com interação, são mostradas na figura 4.8. Podemos observar uma grande similaridade com o gráfico da parte (b) das figuras 4.4 e 4.5. Os valores de mínimos na massa efetiva do méson vetorial, tanto para o modelo linear quanto para o não linear, ocorrem para as mesmas temperaturas para a massa efetiva do núcleon. Já os valores dos mínimos de $\frac{m_\omega^*}{m_\omega}$ estão entre 0,88422 e 0,88424 para o modelo linear e entre 0,88512 e 0,88515 para o modelo não linear.

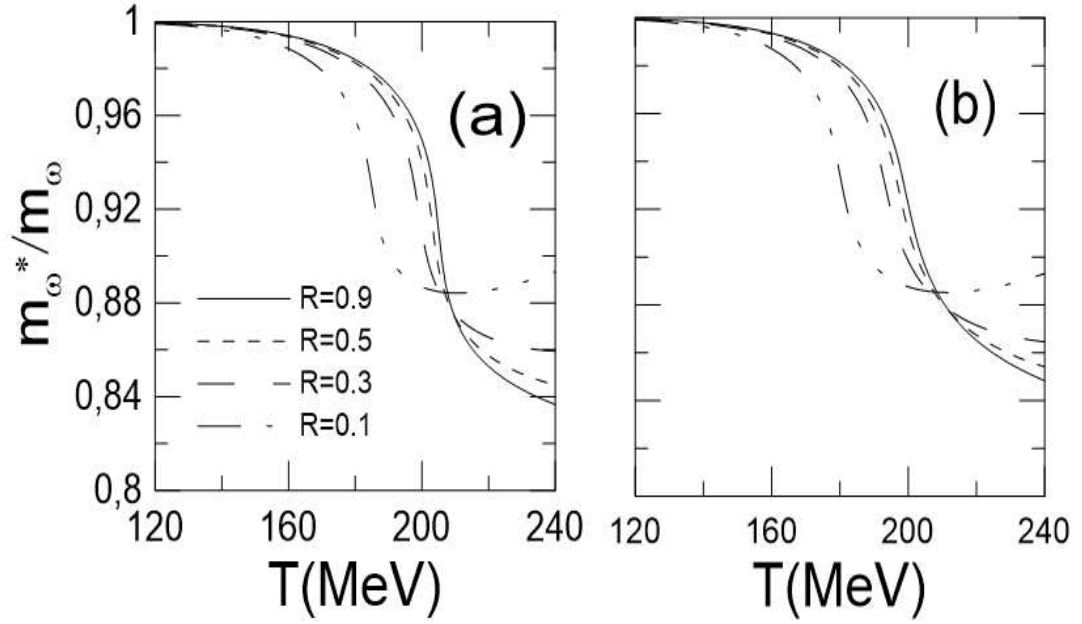


Figura 4.8: A parte (a) representa a massa efetiva do méson vetorial para alguns valores de R , para o modelo de Walecka com interação entre os mésons para o modelo linear. A parte (b) mostra os resultados incluindo-se essa interação para o modelo não linear.

A massa efetiva do méson escalar é mostrada na figura 4.9. No caso sem interação, o modelo não linear tem apenas a atuação da autointeração do méson escalar que, diferentemente dos modelos com interação, apresenta um aumento do valor da massa efetiva. Para os modelos com interação, podemos observar um grande decaimento dos valores da massa efetiva. No modelo não linear com interação, no início começa a ter um aumento na massa efetiva mas depois também tem um grande decaimento.

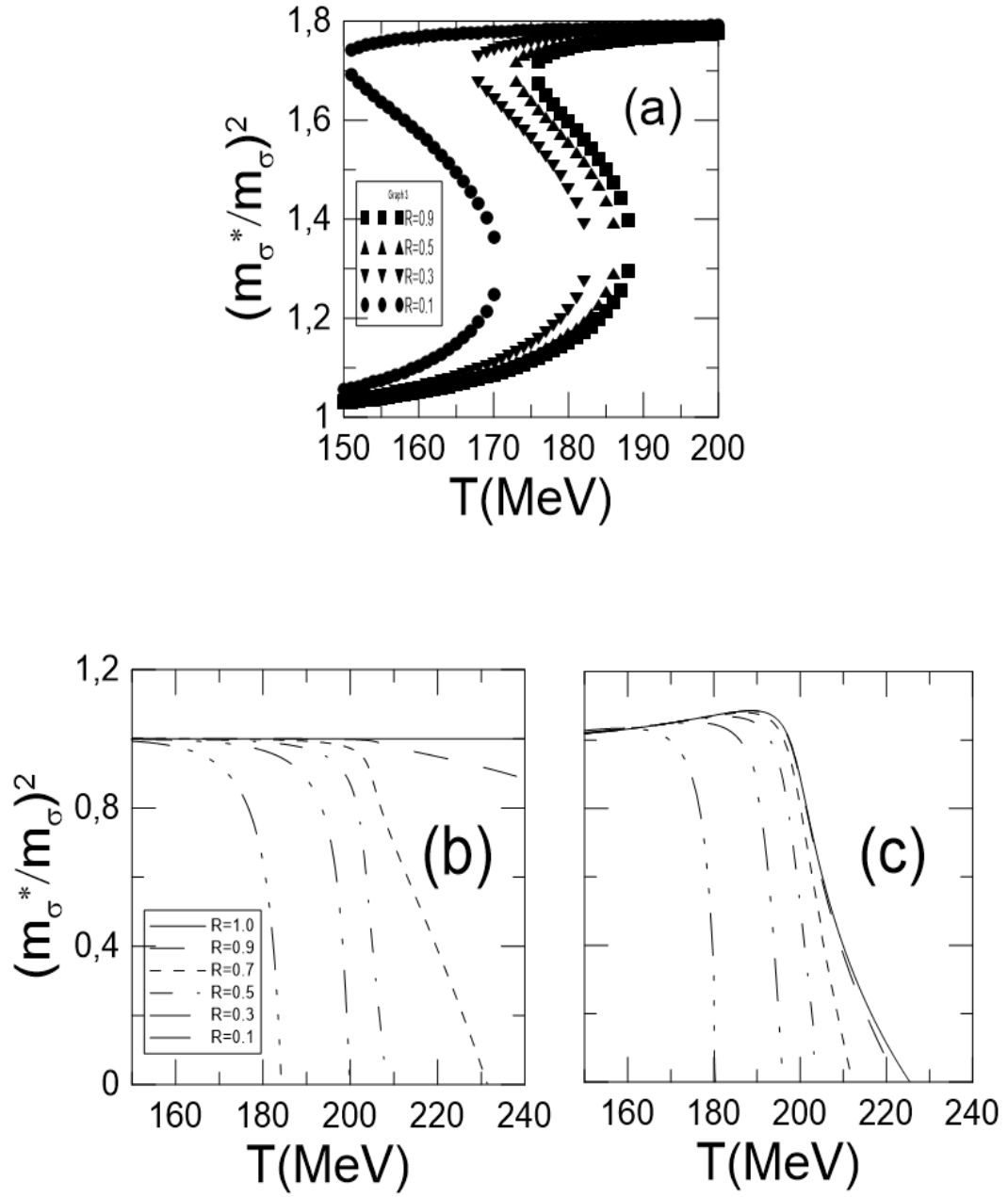


Figura 4.9: A parte (a) representa a massa efetiva do méson escalar para alguns valores de R , para o modelo não linear de Walecka com interação entre os mésons. A parte (b) mostra os resultados incluindo-se essa interação para o modelo linear e a parte (c) mostra para o modelo não linear.

Capítulo 5

Efeitos da interação entre mésons na transição de fase hádron-quark

Em condições extremas, a matéria hadrônica sofre uma transição de fases, quando os quarks no interior dos hádrons sofrem desconfinamento, não estando mais limitados aos mesmos, em quando a matéria hadrônica dá lugar à matéria de quarks. Em altas densidades, o potencial torna-se pequeno e os quarks comportam-se aproximadamente como partículas livres (a liberdade assintótica). A temperatura também excita os graus de liberdade de glúons resultando num plasma de quarks e glúons.

No caso da transição de fases de desconfinamento hádron-quark, temos um sistema com mais de um componente, porém com equações de estado diferentes para cada fase. Assim, para o plasma de quarks e glúons utilizaremos o modelo de sacola do MIT com quarks u , d e s , já para a fase hadrônica, empregaremos o modelo de Walecka incorporando a interação $\sigma - \omega$. Consideraremos os quarks massivos no modelo de sacola do MIT e consideraremos o decuplete bariônico nos modelos de Walecka tanto lineares quanto não lineares.

5.1 Transição de fase hádron-plasma de quarks e glúons

Nosso objetivo é estudar a transição de fase hádron-quark na matéria densa e quark no ambiente de colisão de íons pesados ultrarelativísticos. Por causa da escala de tempo

envolvida na transição ($\sim 10^{-23}s$) não estão envolvidos os processos de interação fraca, a reação é governada pela interação forte, com a conservação de cargas bariônica, de isospin e a de estranheza. Assim, podemos considerar as condições de Gibbs para as transições de fase que são:

$$P^H(n_B^H, n_3^H, n_S^H, T) = P^Q(n_B^Q, n_3^Q, n_S^Q, T) \quad (5.1)$$

$$\mu_B^H(n_B^H, n_3^H, n_S^H, T) = \mu_B^Q(n_B^Q, n_3^Q, n_S^Q, T) \quad (5.2)$$

$$\mu_3^H(n_B^H, n_3^H, n_S^H, T) = \mu_3^Q(n_B^Q, n_3^Q, n_S^Q, T) \quad (5.3)$$

$$\mu_S^H(n_B^H, n_3^H, n_S^H, T) = \mu_S^Q(n_B^Q, n_3^Q, n_S^Q, T) \quad (5.4)$$

e os potenciais químicos associados as partículas presentes considerando as cargas conservadas pela interação forte:

$$\mu_i = B_i\mu_B + I_{3i}\mu_3 + S_i\mu_S. \quad (5.5)$$

O modelo a ser utilizado na parte hadrônica é o modelo QHD-II incluindo o decuplete bariônico ($n, p, \Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-, \Omega^-, \Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$) discutindo os efeitos da interação entre os mesmos. Já para a parte quarkônica (u, d, s) será o modelo de sacola do MIT com os quarks massivos.

Como não há o equilíbrio beta no nosso sistema, não há a existência de léptons. Porém, podem surgir bósons como os káons e os píons. Estes são introduzidos na teoria através de uma densidade lagrangiana efetiva que introduz os bósons na seguinte forma [25–29]:

$$\mathcal{L}_b = D_\mu^* \Phi^* D^\mu \Phi - m_\Phi^2 \Phi^* \Phi, \quad (5.6)$$

onde a derivada covariante é,

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_{\omega\Phi}\omega_\mu + ig_{\rho\Phi}\vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu. \quad (5.7)$$

Como dito acima, o campo bosônico Φ representa tanto os káons quanto os píons, ou seja,

$$\Phi = (K^+, K^0), \quad \Phi^* = (K^-, \bar{K}^0)$$

ou

$$\Phi = (\pi^-, \pi^0), \quad \Phi^* = (\pi^+, \pi^0)$$

A massa efetiva m_Φ^* é

$$m_\Phi^* = m_\Phi - g_{\sigma\Phi}\sigma \quad (5.8)$$

Para efeito de simplicidade, fizemos que: $g_{\sigma\Phi} = g_{\omega\Phi} = g_{\rho\Phi} = 0$.

A tabela abaixo mostra os valores das quantidades necessárias das partículas usadas aqui no nosso trabalho [30]:

	$M(MeV)$	J	I_3	B	S
n	939	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0
p	939	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
Λ^0	1116	$\frac{1}{2}$	0	1	-1
Σ^+	1193	$\frac{1}{2}$	1	1	-1
Σ^0	1193	$\frac{1}{2}$	0	1	-1
Σ^-	1193	$\frac{1}{2}$	-1	1	-1
Ξ^0	1318	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	-2
Ξ^-	1318	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	-2
Ω^-	1672	$\frac{3}{2}$	0	1	-3
Δ^{++}	1232	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	0
Δ^+	1232	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
Δ^0	1232	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0
Δ^-	1232	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1	0
π^+	139	0	1	0	0
π^0	139	0	0	0	0
π^-	139	0	-1	0	0
K^+	494	0	$\frac{1}{2}$	0	1
K^0	494	0	$-\frac{1}{2}$	0	1
$\overline{K^0}$	494	0	$\frac{1}{2}$	0	-1
K^-	494	0	$-\frac{1}{2}$	0	-1
u	2.3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
d	4.8	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
s	95	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	-1

O sistema a ser resolvido em nosso trabalho na transição de fase hádron-plasma de quarks e glúons será:

$$P_H = P_Q \quad (5.9)$$

$$(m_\sigma^2 - g_{\sigma\omega}^2 \omega_0^2) \sigma = \sum_i g_{\sigma i} n_i^S - g_{\sigma\omega} m_\omega \omega_0^2 - b M g_\sigma (g_\sigma \sigma) + c g_\sigma (g_\sigma \sigma)^2 \quad (5.10)$$

$$(m_\omega - g_{\sigma\omega} \sigma)^2 \omega_0 = \sum_i g_{\omega i} n_i \quad (5.11)$$

$$m_\rho^2 \rho = \sum_i g_{\omega i} I_{3i} n_i \quad (5.12)$$

$$n_B = (1 - \chi) n_B^H + \chi n_B^Q \quad (5.13)$$

$$n_3 = (1 - \chi) n_3^H + \chi n_3^Q \quad (5.14)$$

$$n_S = (1 - \chi) n_S^H + \chi n_S^Q \quad (5.15)$$

Aqui, temos que n_B , n_3 e n_S são as densidades bariônica, de isospin e de estranheza respectivamente [31]. As expressões do lado direito nas 3 últimas equações são:

$$P_H = \frac{1}{2} (m_\omega^{*2} \omega_0^2 + m_\rho^2 \rho^2 - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{3} b M (g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 + \sum_i P_i + \sum_j P_j \text{ e} \quad (5.16)$$

$$P_Q = \sum_l P_l - B,$$

$$n_B^H = \sum_i B_i n_i \text{ e } n_B^Q = \sum_l B_l n_l, \quad (5.17)$$

$$n_3^H = \sum_i I_{3i} n_i + \sum_j I_{3j} n_j \text{ e } n_3^Q = \sum_l I_{3l} n_l, \quad (5.18)$$

$$n_S^H = \sum_i S_i n_i + \sum_j S_j n_j \text{ e } n_S^Q = \sum_l S_l n_l. \quad (5.19)$$

O somatório em i é sobre o decuplete bariônico ($i = n, p, \Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-, \Omega^-, \Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$), j é sobre os bósons ($j = K^+, K^0, K^-, \bar{K}^0, \pi^+, \pi^0, \pi^-$) e l é sobre os

quarks ($l = u, d, s$). As expressões para as pressões e densidades são:

$$P_i = \frac{1}{3} \frac{2J_i + 1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + (M_i - g_{\sigma i} \sigma)^2}} (f_{Fi}^+ + f_{Fi}^-) \quad (5.20)$$

$$P_j = \frac{1}{3} \frac{2J_j + 1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_j^2}} f_{Bj} \quad (5.21)$$

$$P_l = \frac{1}{3} \frac{3 \times 2}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_l^2}} (f_{Fl}^+ + f_{Fl}^-), \text{ 3 representa sabor e 2 spin.} \quad (5.22)$$

$$n_i = \frac{2J_i + 1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk (f_{Fi}^+ + f_{Fi}^-) \quad (5.23)$$

$$n_j = \frac{2J_j + 1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk f_{Bj} \quad (5.24)$$

$$n_l = \frac{3 \times 2}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk (f_{Fl}^+ + f_{Fl}^-) \quad (5.25)$$

$$n_i^S = \frac{2J_i + 1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 \frac{(M_i - g_{\sigma i} \sigma)^2}{\sqrt{k^2 + (M_i - g_{\sigma i} \sigma)^2}} dk (f_{Fi}^+ + f_{Fi}^-) \quad (5.26)$$

onde:

$$f_{Fi}^\pm = \frac{1}{e^{\beta(E_i^* \mp \nu_i)} + 1} \quad (5.27)$$

$$f_{Bj} = \frac{1}{e^{\beta(E_j^* - \nu_j)} - 1} \quad (5.28)$$

com $E_i^* = \sqrt{k^2 + (M_i - g_{\sigma i} \sigma)^2}$, $E_j^* = \sqrt{k^2 + M_j^2}$ e $\beta = \frac{1}{T}$ são as distribuições de Fermi-Dirac e Bose-Einstein respectivamente. Temos também que:

$$\nu_i = \mu_i - g_\omega \omega_0 - I_{3i} g_\rho \rho \quad (5.29)$$

$$\nu_j = \mu_j \quad (5.30)$$

$$\nu_l = \mu_l \quad (5.31)$$

são os potenciais bariquímicos das partículas.

A transição de fase hádron-plasma de quarks e glúons é levantado através da solução do sistema não linear acima. A transição começa em $\chi = 0$ e termina em $\chi = 1$. As raízes do sistema são uma temperatura T , os campos σ , ω_0 e ρ , a densidade bariônica n_B e os potenciais químicos de isospin e de estranheza μ_3 e μ_S respectivamente. O potencial químico bariônico μ_B e χ foram usados como dados de entrada. Nas duas últimas equações

a densidade de estranheza é 0. Na equação para o isospin temos que:

$$N_3 = \frac{N_p - N_n}{2} \implies N_3 = \frac{Z - (A - Z)}{2} \implies N_3 = \frac{1}{2}(2Z - A) \implies \quad (5.32)$$

$$N_3 = \left(\frac{Z}{A} - \frac{1}{2}\right) A \implies \frac{N_3}{V} = \left(\frac{Z}{A} - \frac{1}{2}\right) \frac{A}{V} \implies n_3 = \left(\frac{Z}{A} - \frac{1}{2}\right) n_B \quad (5.33)$$

Como vimos nas equações (5.9) , (5.18) (5.19), para se estabelecer os pontos de temperatura e densidade de transição se faz necessário o conhecimento das propriedades termodinâmicas do plasma de quarks e glúons. Nas próximas seções apresentaremos as condições de surgimento do plasma e suas propriedades com base num modelo simples porém amplamente utilizado para a discussão da transição em questão dentro da literatura [6, 32, 33].

5.2 Formação do plasma de quarks e glúons

Com o advento dos aceleradores de partículas, descobriram-se várias partículas, muitas das quais pensadas como mediadoras da interação forte. Começaram estudos para caracterizar estas partículas e estudar suas simetrias internas. Foram Murray Gell-Mann e George Zweig, em 1964, que descobriram que todas as partículas anteriormente descobertas eram constituídas por pequeninas partículas chamadas *quarks*. Os quarks são partículas que têm cargas fracionadas. Sendo que a fracionalidade das cargas das partículas não é observada livremente na natureza, postulou-se que os quarks estavam confinados no interior dos hádrons.

Para se estudar os quarks, é necessário estar numa situação de alta temperatura ou densidade. Nessa situação, os hádrons perdem sua identidade e a matéria é melhor descrita através dos seus constituintes que são os quarks e os glúons. A partir daí, a matéria dá origem ao chamado *plasma de quarks e glúons*, com sigla em inglês *QGP* (Quark-Gluon Plasma). A faixa de temperatura para se atingir o QGP é da ordem de centenas de MeV's e só é possível através das colisões de íons pesados. Um outro ambiente onde é possível obter o QGP é nas estrelas de nêutrons. Diferentemente das colisões de íons pesados, as estrelas de nêutrons tem temperatura nula e altíssima densidade, da ordem de 10^{16} - $10^{17} \frac{g}{cm^3}$. Foi sugerido que o interior das estrelas de nêutrons é uma sopa de quarks.

Collins e Perry [34] conjecturaram que matéria super densa (encontrada nas estrelas de nêutrons), explosão de supernovas, o universo primordial, etc são formados por quarks ao invés de hádrons.

Em baixas densidades, os quarks no interior dos hádrons conhecem bem seus parceiros. Já em altas densidades, quando os hádrons começam a se interpenetrar, os quarks já não são capazes de identificar seus parceiros como no regime de baixas densidades. Este comportamento é mostrado nas situações (a) e (b) na figura 5.1. Um fenômeno similar

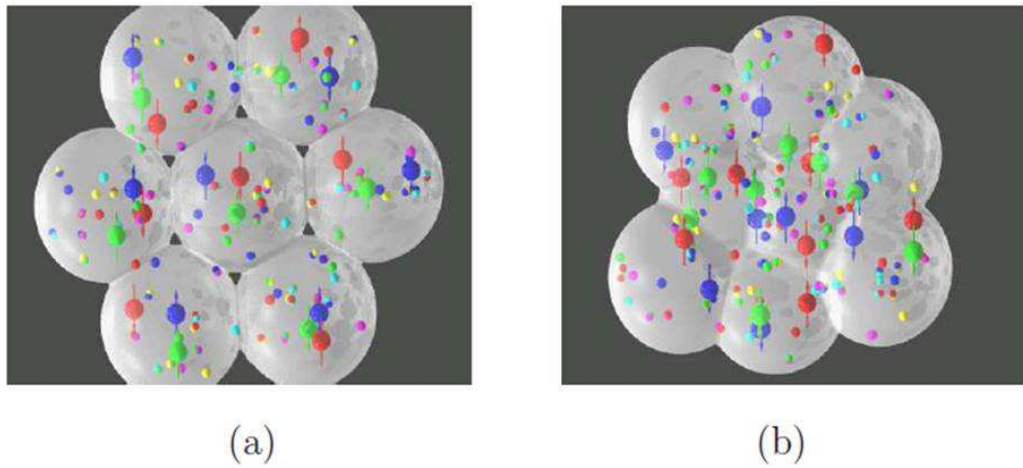


Figura 5.1: Formação do plasma de quarks e glúons. Na parte (a) temos os quarks presos dentro dos hádrons. Na parte (b), temos a interpenetração dos hádrons e os quarks e glúons no interior deles começam a formar o plasma de quarks e glúons. Figura retirada de [35].

acontece no regime de altas temperaturas. Hagedorn [36] estudou a termodinâmica do gás de hádrons interagentes onde a formação da ressonância é a base da interação. Ele mostrou que a densidade de estados cresce exponencialmente com a massa e existe uma

temperatura T_H (conhecida como temperatura de Hagedorn) além da qual a função de partição diverge. Hagedorn interpretou esta temperatura como a limitante além da qual a matéria hadrônica não pode existir. Cabibbo e Parisi [37] deram uma interpretação alternativa ao comportamento exponencialmente crescente do espectro de massa. Eles argumentaram que este comportamento é associado com qualquer sistema que sofre uma transição de fase de segunda ordem. A temperatura de Hagedorn é a temperatura crítica associada a esta transição. Para uma visualização, consideremos que com o aumento da temperatura, mais e mais ressonâncias serão formada das flutuações térmicas. A produção de ressonância será dominada por ressonâncias de massas mais baixas, enquanto que as ressonâncias de massas altas serão suprimidas pelo fator de Boltzmann $e^{-m_H T}$. Um grande número de ressonâncias fará os hádrons se interpenetrarem.

Este é o chamado plasma de quarks e glúons (QGP). O QGP é definido como o estado de quarks e glúons termalizados ou quase termalizados livres para se moverem em um volume antes ocupado pela matéria nuclear. Cálculos de modelos existentes indicam que além de uma temperatura crítica de aproximadamente de 200MeV a matéria só pode existir como QGP.

Um cenário para a formação do QGP é dada na figura 5.2. A existência da fase mista é um tanto controversa pela escala de tempo em que ocorrem os eventos. Com isso, vemos que o sinal da formação do QGP numa colisão de íons pesados é a formação dos bárions quando o sistema se hadroniza.

O QGP deve ter existido no Universo primordial. Na teoria do *Big Bang*, o Universo sofre uma evolução em vários estágios desde o seu surgimento há aproximadamente 14 bilhões anos atrás. A figura 5.3 mostra esta evolução.

Podemos resumir estes estágios como:

1. Sendo a menor escala de tempo a escala de Planck, $t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5.39 \cdot 10^{-44}$ s, neste tempo, a temperatura do universo é da ordem de 10^{19}GeV (temperatura de Plack). Muito pouco é entendido sobre essa era. Acredita-se que neste estágio a gravitação quântica era importante e todas as quatro forças eram unificadas;
2. A medida que o Universo se expande, ele se resfria. Há um melhor entendimento

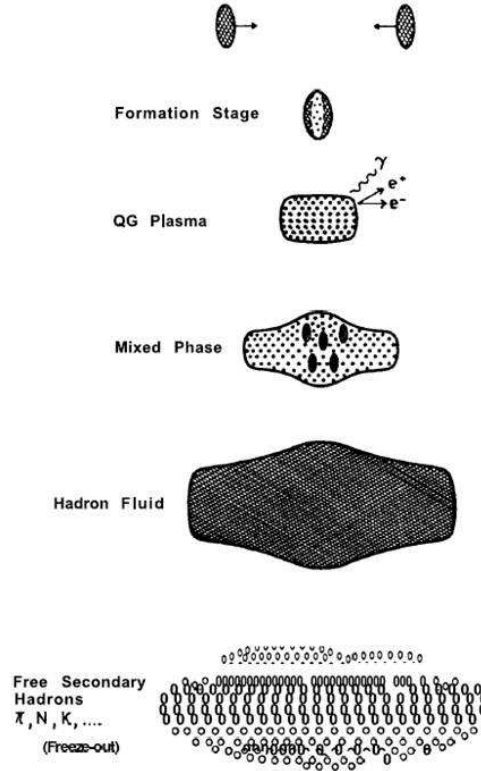


Figura 5.2: Estágios da formação do plasma de quarks e glúons através da colisão de íons pesados e a posterior hadronização. Figura retirada de [35].

deste estágio da evolução, quando a temperatura é da ordem de $10^{16} GeV$. O Universo está na escala da grande unificação, onde a gravidade está separada das forças forte, fraca e eletromagnética que estão juntas. O Universo nesta escala pode ser supersimétrico;

3. Com a subsequente expansão do Universo, ele se resfria e as forças forte e eletrofraca se separam. Em temperaturas da ordem de $100 GeV$, o Universo existe como QGP;
4. Por volta de $T \sim 100 MeV$ os hádrons são formados. O RHIC e LHC foram construídos para estudar a matéria nesta temperatura;
5. A uma temperatura de $T \sim 1 MeV$, a nucleosíntese começa e elementos leves são formados. Esta faixa de temperatura foi bem estudada em física nuclear;
6. A uma temperatura de $T \sim 1 eV$, o Universo muda de um gás ionizado para um

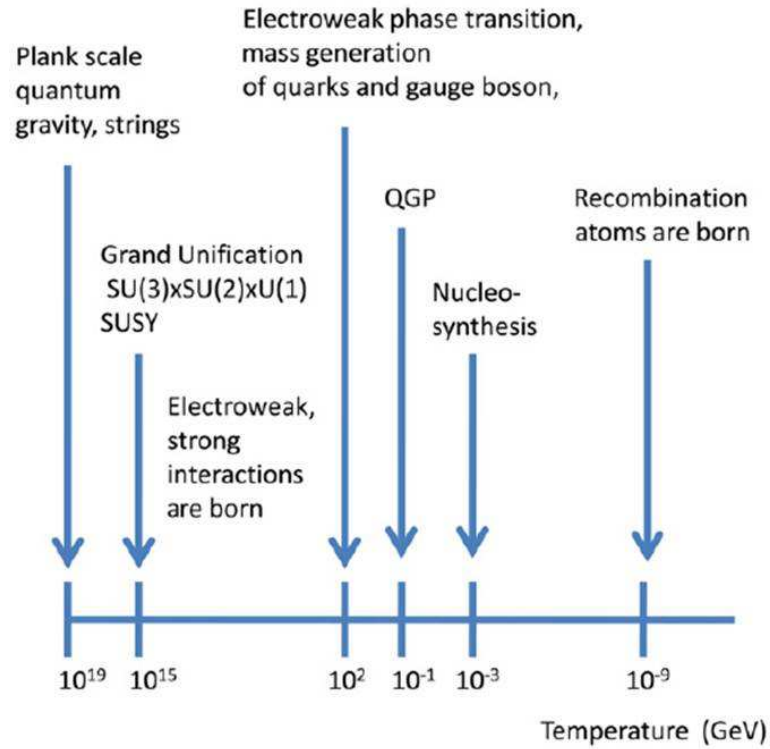


Figura 5.3: Estágios da evolução do Universo através da teoria do Big Bang. Figura retirada de [38].

gás de átomos neutros e estruturas começam a se formar.

5.3 Aspectos da Cromodinâmica Quântica e o modelo de sacola do MIT

No capítulo anterior, consideramos os hádrons como partículas elementares em que as interações efetivas entre eles eram intermediadas através dos mésons escalar e vetorial que aparecem na teoria do modelo de Walecka. Neste capítulo agora, consideraremos que os hádrons e os mésons se dissolvem em *quarks* livres devido a *liberdade assintótica* e um equilíbrio químico com a fase desconfinada.

Sendo que o quarks interagem através da interação forte, a *cromodinâmica quântica* (*QCD*) foi modelada para ser a teoria que descreve tal interação. Este nome provém

do estudo das funções de cor da função de onda dos quarks. Como exemplos, ao considerarmos as composições do próton (uud) e do nêutron (udd), o princípio de exclusão de Pauli não é violado. Entretanto ao analisarmos outros hádrons como por exemplo a delta Δ^{++} (uuu) vemos o princípio de exclusão é violado pois teremos dois quarks com a mesma orientação de spin. Para contornar este problema, usa-se a função de onda de cor onde os quarks terão as cores verde, vermelha e azul e os anti-quarks terão as anti-cores respectivamente. Ao combinarmos as cores para formarmos os hádrons, estes terão a cor branca e não terão função de cor. Sendo eles formados por três cores distintas ou uma cor e sua anti-cor. Com isso, o princípio de exclusão de Pauli não será violado.

Embora haja a analogia entre a QCD e a eletrodinâmica quântica QED, a primeira apresenta complicações pelo fato de os condutores de cor, *os glúons*, carregarem cor e interagirem entre si e com os quarks, diferentemente da QED. Em regimes de baixas energias, a QCD não pode ser tratada através de métodos perturbativos devido ao alto valor da constante de acoplamento. O único jeito de se fazer o tratamento é através de simulações em rede igual ao que se faz em mecânica estatística através do grupo de renormalização. A dificuldade numérica destas simulações é que para potenciais químicos não nulos a ação euclidiana torna-se imaginária o que compromete as simulações seriamente. Através disso foram sugeridos modelos alternativos para descrever a matéria nuclear como o *MIT Bag Model* (o modelo de sacola do MIT) e o modelo *NJL* (Nambu-Jona-Lasinio). O primeiro considera os quarks e os glúons como partículas livres sem a manifestação do confinamento que é incorporado através da inclusão de uma constante que é chamada de constante de bag. Já o modelo NJL, que é mais parecido com a QCD, não leva em conta o confinamento, pois as interações se dão somente entre quarks e são do tipo pontuais e não há a mediação entre os glúons. O modelo que iremos utilizar neste trabalho será o modelo de sacola do MIT.

Este modelo considera que os quarks estejam livres no interior do hádron como se este fosse uma sacola e que a função de onda dos quarks se anula fora dela. A densidade lagrangiana que descreve este modelo é dada por:

$$\mathcal{L} = \left\{ \frac{i}{2} [\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi] - m \bar{\psi} \psi - B \right\} \Theta_V - \frac{1}{2} \bar{\psi} \psi \Delta_S \quad (5.34)$$

onde m_q é a massa dos quarks, ψ_q é o campo quarkônico e Θ_V é a função degrau

sendo de valor 1 dentro da sacola e 0 fora da mesma. Para o caso estático e esfericamente simétrico, com R sendo o raio da sacola, temos que $\Delta_S = \delta(R - r)$ é a função delta de superfície e $\Theta_V = \Theta(R - r)$. Aplicando as equações de Euler-Lagrange a densidade lagrangiana acima, temos que:

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi = 0 \quad (5.35)$$

dentro da sacola e que:

$$i\gamma^\mu n_\mu \psi = \psi \quad (5.36)$$

na superfície da sacola. Isto significa que a equação de Dirac somente pode ser analisada no interior da sacola, onde os quarks estão confinados. Aqui, temos que n_μ é o vetor normal a superfície.

5.3.1 As equações de estado dos quarks.

Como feito no caso da QHD, podemos obter as equações de estado do modelo de sacola do MIT calculando o potencial termodinâmico e calculando as grandezas termodinâmicas correspondentes. Primeiramente, montamos o tensor energia momento:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\nu \varphi_i \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \varphi_i)} \right] - g_{\mu\nu} \mathcal{L} \quad (5.37)$$

Utilizando a densidade lagrangiana acima, chegamos a:

$$T_{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\nu \psi - \bar{\psi} [(i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi] g_{\mu\nu} \quad (5.38)$$

Sendo que o termo entre colchetes é a equação de Dirac, este se anula e o tensor-energia momento então ficará:

$$T_{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\nu \psi \quad (5.39)$$

O próximo passo é calcular o hamiltoniano do sistema:

$$\hat{H} = \int d^3x T_{00} = i \int d^3x \psi^\dagger \partial_0 \psi \quad (5.40)$$

e também o operador número bariônico:

$$\hat{N} = \int d^3x \psi^\dagger \psi \quad (5.41)$$

Como no caso bariônico feito no capítulo anterior, teremos:

$$\Omega(T, V, \mu_B) = -\frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)] \quad (5.42)$$

onde $n_k(T, \nu)$ e $\bar{n}_k(T, \nu)$ são definidas como no capítulo anterior.

Através disso, podemos calcular as quantidades termodinâmicas:

$$n_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k [n_k(T, \nu) - \bar{n}_k(T, \nu)] \quad (5.43)$$

A pressão é dada por:

$$p = \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{k^2}{E^*(k)} [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)] - B \quad (5.44)$$

Já a energia é dada por:

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k E^*(k) [n_k(T, \nu) + \bar{n}_k(T, \nu)] + B \quad (5.45)$$

Através das expressões para a energia e pressão temos a seguinte relação:

$$p = \frac{1}{3} (\varepsilon - 4B) \quad (5.46)$$

No limite de quarks sem massa, fazendo algumas manipulações e usando as integrais abaixo:

$$\int_0^\infty dx \frac{x}{1+e^x} = \frac{\pi^2}{12} \text{ e } \int_0^\infty dx \frac{x^3}{1+e^x} = \frac{7}{12} \pi^4 \quad (5.47)$$

obtemos:

$$p = \sum_f \left(\frac{7}{60} \pi^2 T^4 + \frac{1}{2} T^2 \mu_f^2 + \frac{1}{4\pi^2} \mu_f^4 \right) - B \quad (5.48)$$

$$n_B = \sum_f \frac{1}{3} \left(T^2 \mu_f^2 + \frac{\mu_f^2}{\pi^2} \right) \quad (5.49)$$

$$\varepsilon = 3p + 4B \quad (5.50)$$

Considerando um gás bosônico de gluons degenerescência $\gamma_g = 2 \times 8_c$, obtemos as expressões:

$$p = \frac{8}{45} \pi^2 T^4 \quad (5.51)$$

$$\varepsilon = 3p \quad (5.52)$$

onde usamos a seguinte integral:

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} \quad (5.53)$$

O gás formado pelos quarks e gluons será a soma das duas expressões. Considerando a interação de ordem mais baixa dos gluons teremos as seguintes expressões:

$$p = \frac{8}{45}\pi^2 T^4 \left(1 - \frac{15\alpha_s}{4\pi^2}\right) + \sum_f \left[\frac{7}{60}\pi^2 T^4 \left(1 - \frac{50\alpha_s}{21\pi}\right) + \left(\frac{1}{2}T^2\mu_f^2 + \frac{1}{4\pi^2}\mu_f^4\right) \left(1 - \frac{2\alpha_s}{\pi}\right) \right] - B \quad (5.54)$$

$$n_B = \sum_f \left(T^2\mu_f^2 + \frac{\mu_f^2}{\pi^2} \right) \left(1 - \frac{2\alpha_s}{\pi} \right) \quad (5.55)$$

5.4 Efeito da interação entre mésons nos diagramas de fase hádron-quark

A transição de fase hádron-plasma de quarks e glúons foi feita para um sistema com simetria de uma colisão entre dois núcleos de ${}_{238}\text{U}^{92}$ e ${}_{40}\text{Ca}^{20}$. Aqui, temos que $\frac{Z}{A} \approx 0,387$ e $\frac{Z}{A} = 0.5$ respectivamente. O valor da constante de bag usado no problema é $B^{\frac{1}{4}} = 160\text{MeV}$. Os valores das massas das partículas foram dadas acima, já os valores das massas dos mésons foram dadas no capítulo 3 no cálculo das constantes de acoplamento do modelo de QHD-II usado na parte hadrônica da transição. Na parte quarkiônica, foi usado o modelo de bag. Os diagramas de fases para a transição hádron-plasma de quarks e glúons onde a parte hadrônica é dada pelo modelo QHD-II linear são mostrados na figura 5.4. Aqui no gráfico, as linhas contínuas são para o modelo linear com interação e as linhas tracejadas são para o modelo linear sem interação. A transição começa em $\chi = 0$ e termina em $\chi = 1$. Temos que χ é igual a razão $\frac{V_Q}{V_Q - V_H}$, onde V_Q e V_H são os volumes ocupados pelo sistema nas fases quarkiônica e hadrônica respectivamente. A temperatura em que as curvas começam é $T \approx 121,4\text{MeV}$. Vemos que a medida a temperatura abaixa o efeito da interação entre os mésons fica mais forte.

Agora, para o modelo QHD-II não linear para a parte hadrônica os diagramas de fases são mostrados na figura 5.5. Podemos observar que há uma grande similariedade com o

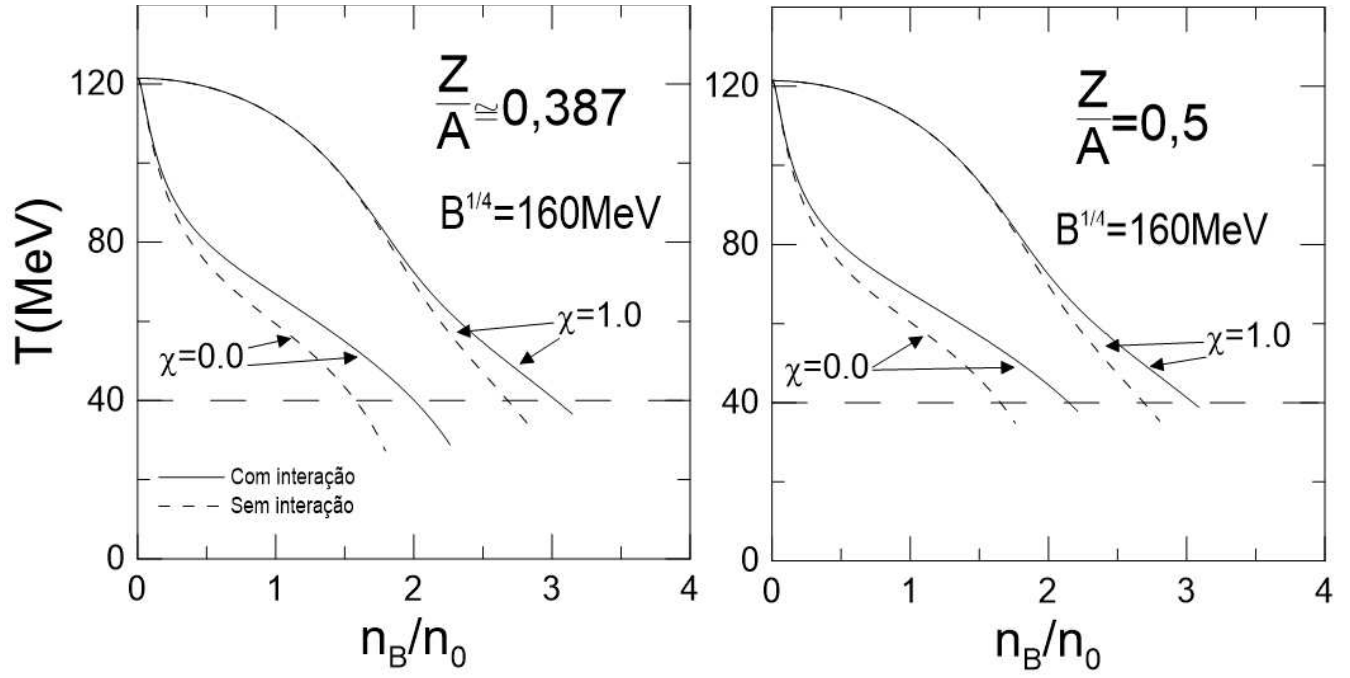


Figura 5.4: Transição hádron-plasma de quarks e glúons para $\frac{Z}{A} \approx 0,387$ e $\frac{Z}{A} = 0.5$. As linhas contínuas representam o modelo linear com interação e as tracejadas representam o modelo linear sem interação. O processo isotérmico em $T = 40 \text{ MeV}$ será explorado na próxima seção mostrando a população relativa de partículas com a variação de n_B .

caso linear, porém, podemos ver que o efeito da interação entre os mésons $\sigma - \omega$ é mais relevante para o modelo linear do que no não linear, acreditamos que isto se deve ao fato de que a interação entre os mésons $\sigma - \omega$ compete com a própria autointeração do mésons σ (termos não lineares inerentes ao modelo).

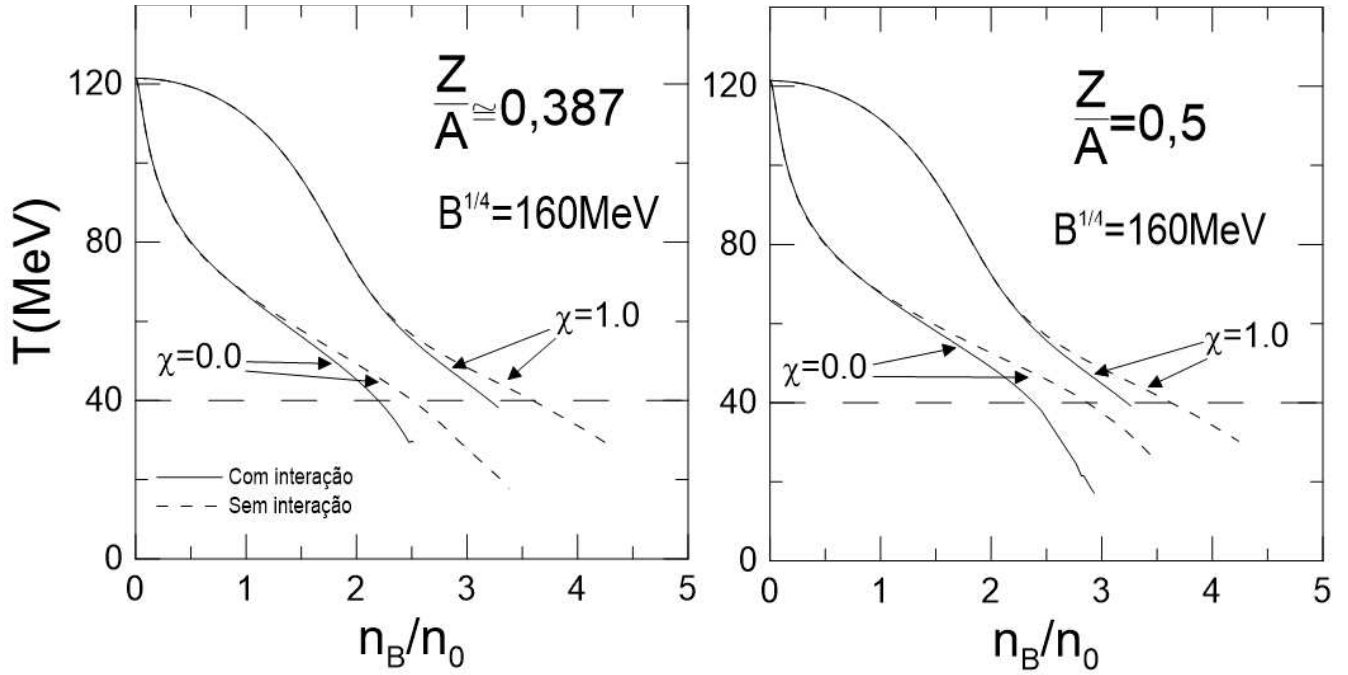


Figura 5.5: Transição hádron-plasma de quarks e glúons para $\frac{Z}{A} \approx 0,387$ e $\frac{Z}{A} = 0,5$. As linhas contínuas representam o modelo não linear com interação e as tracejadas representam o modelo não linear sem interação. O processo isotérmico em $T = 40\text{MeV}$ será explorado na próxima seção mostrando a população relativa de partículas com a variação de n_B .

5.5 Sobre a população de partículas

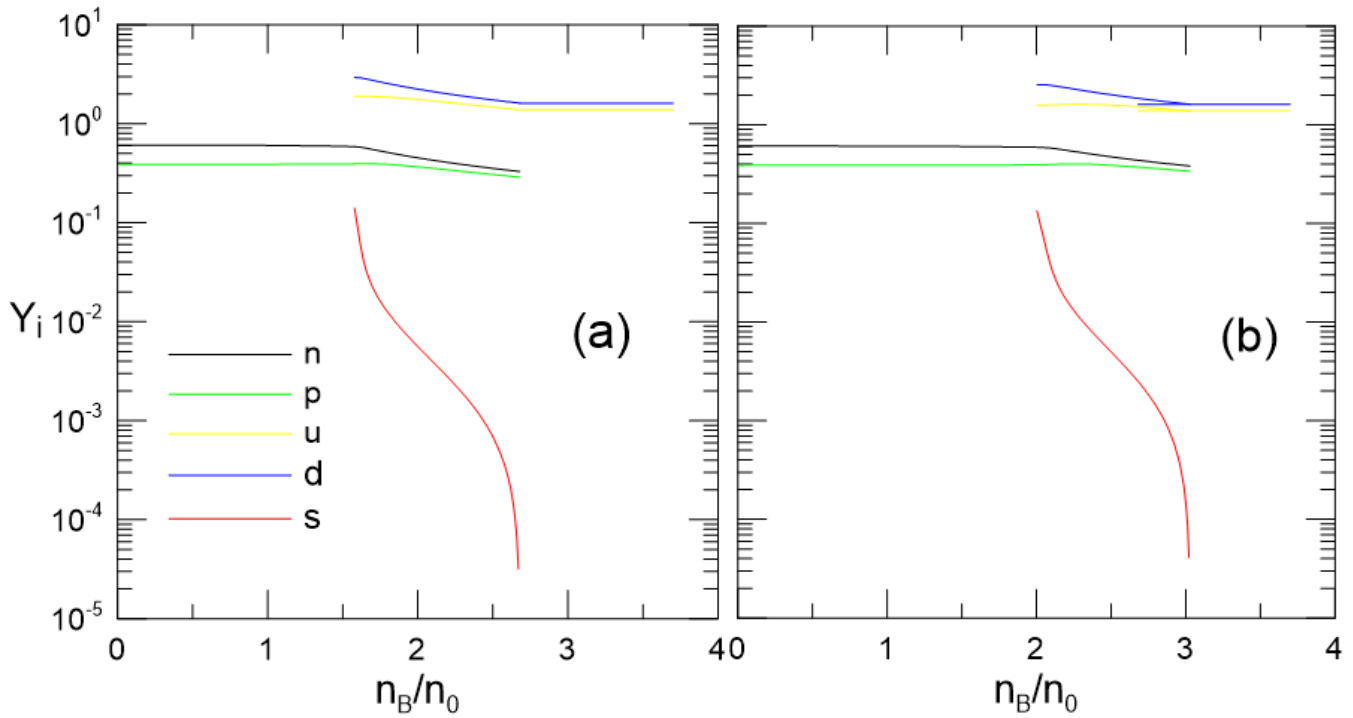
Agora obsevaremos a evolução das partículas, a temperatura fixa, em relação a densidade bariônica pela densidade de equilíbrio. Seleccionamos a temperatura de $T = 40\text{MeV}$, pois pode-se observar nos gráficos que nesta temperatura a interação entre os mésons é forte. Esta situação é devido ao fato de que a medida que a temperatura diminui, os valores dos mesônicos se tornam maiores. Plotamos os gráficos para $\frac{Z}{A} \approx 0,387$, pois para $\frac{Z}{A} = 0,5$ é bem similiar ao anterior sendo que as partículas com o mesmo isospin são superpostas. Como existem muitas partículas, separamos as partículas em grupos. No primeiro grupo estão os nucleóns (n e p) e os quarks (u , d e s), no segundo grupo estão os píons e os káons (K^+ , K^0 , K^- , $\bar{K}^0$, π^+ , π^0 e π^-). No terceiro estão as deltas (Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 e Δ^-). Já no quarto estão os híperons (Λ^0 , Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Ξ^0 , Ξ^- e Ω^-).

Os gráficos estão dispostos da seguinte forma: no eixo x temos a densidade bariônica em unidades da densidade de saturação da matéria nuclear; no eixo y representamos a densidade relativa das partículas presentes, definida por

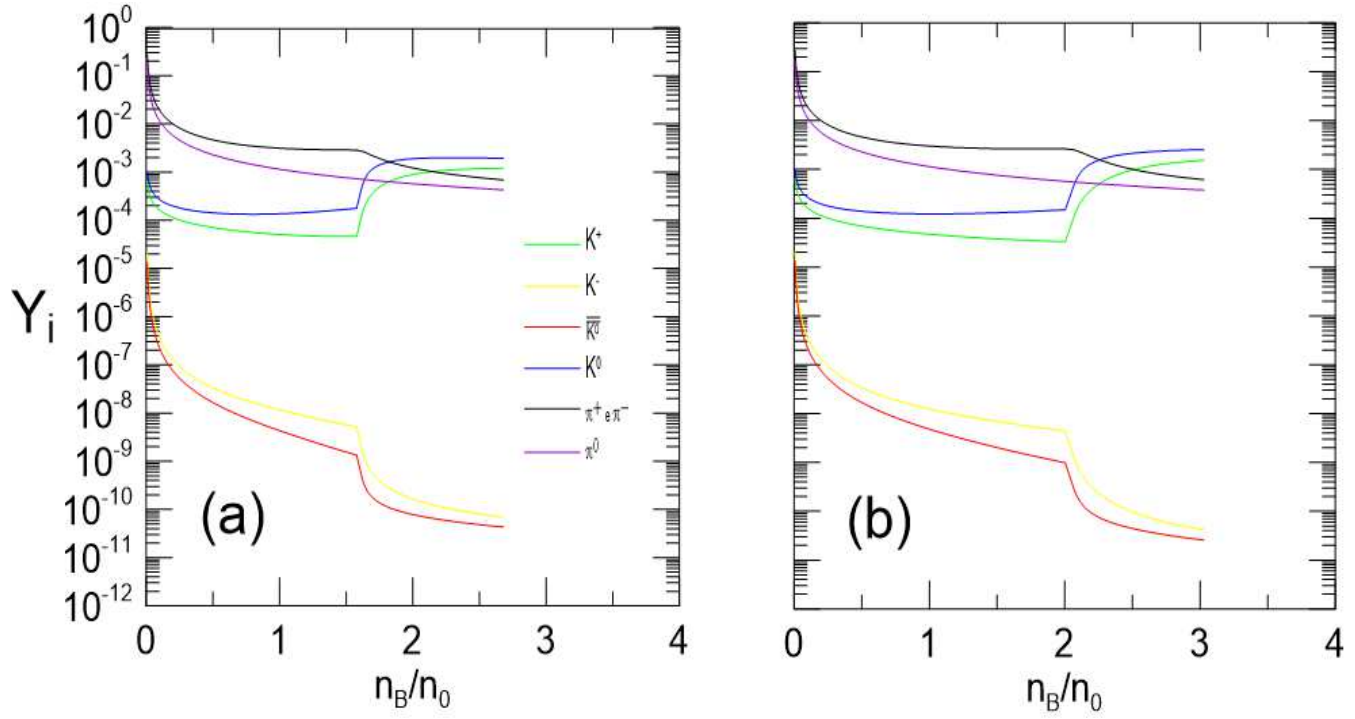
$$Y_i = \frac{n_i}{n_B} \quad (5.56)$$

é a densidade da partícula i sobre a densidade bariônica [39].

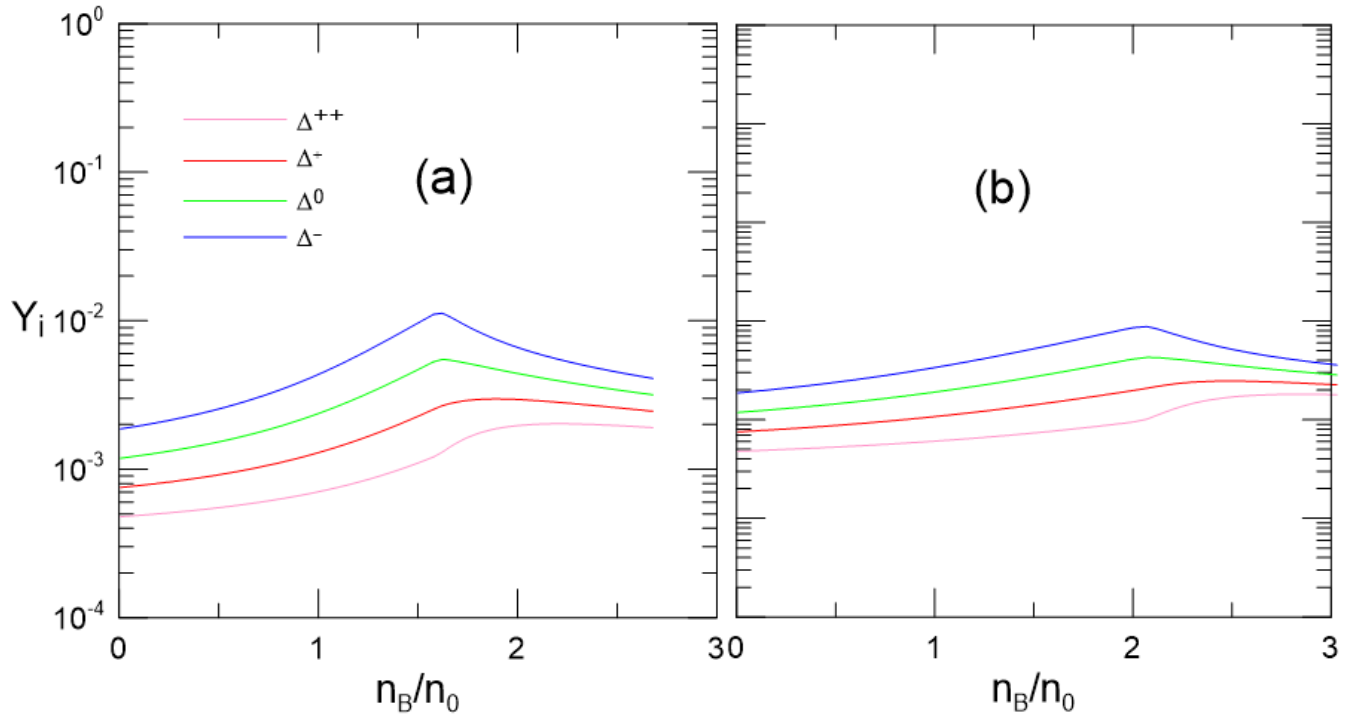
Os modelos lineares com e sem interação estão mostrados nas figuras 5.5, 5.5, 5.5 e 5.5.



População Y_i (vide texto) das partículas do núcleon e dos quarks contra a densidade bariônica. Na parte (a) está representado o modelo linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo linear com interação. Em ambos $T = 40 MeV$.

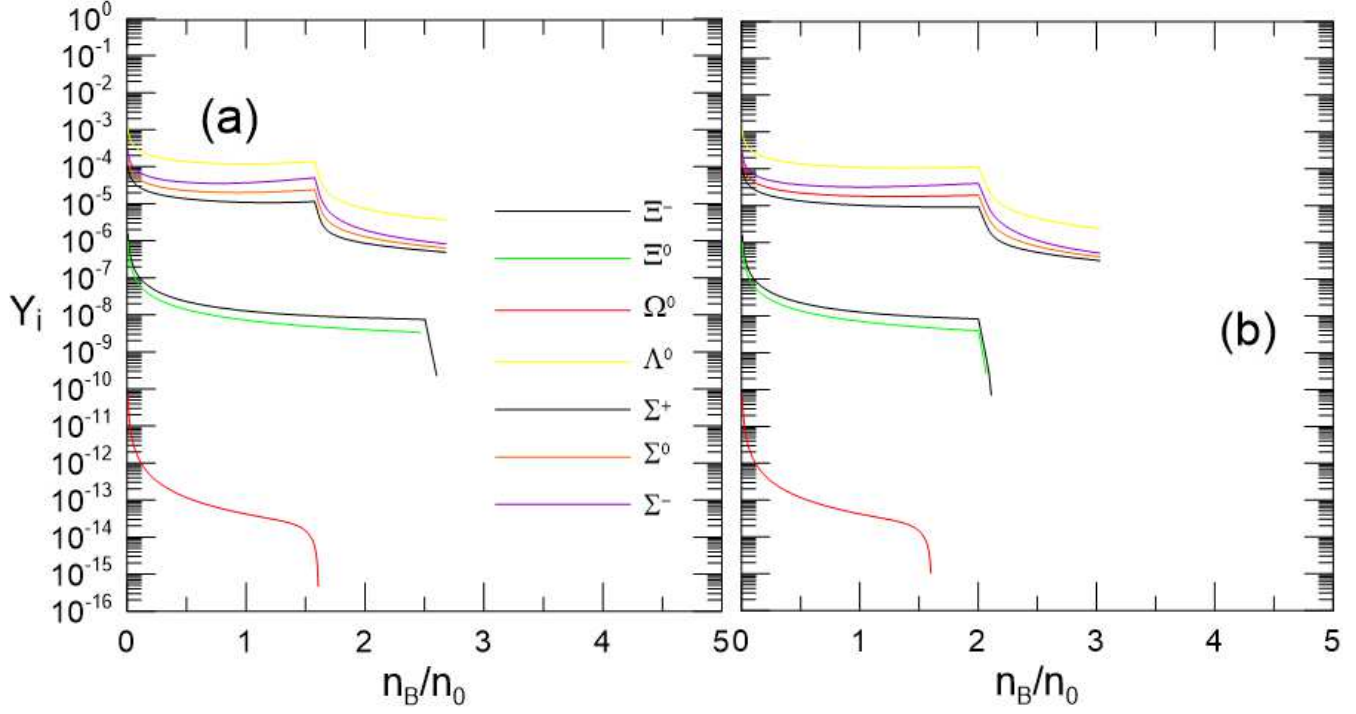


População Y_i (vide texto) dos píons e dos káons contra a densidade bariônica. Na parte (a) está representado o modelo linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo linear com interação. Em ambos $T = 40MeV$.



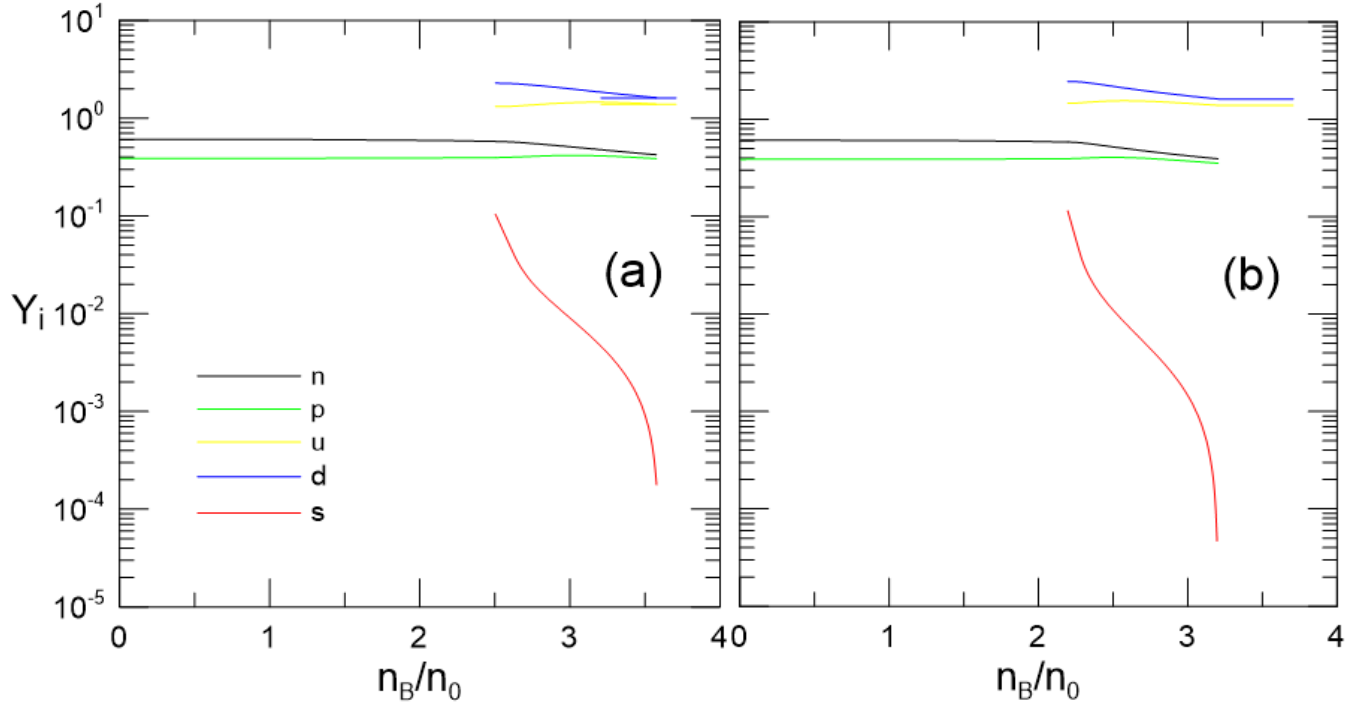
População Y_i (vide texto) das deltas contra a densidade bariônica. Na parte (a) está

representado o modelo linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo linear com interação. Em ambos $T = 40MeV$.



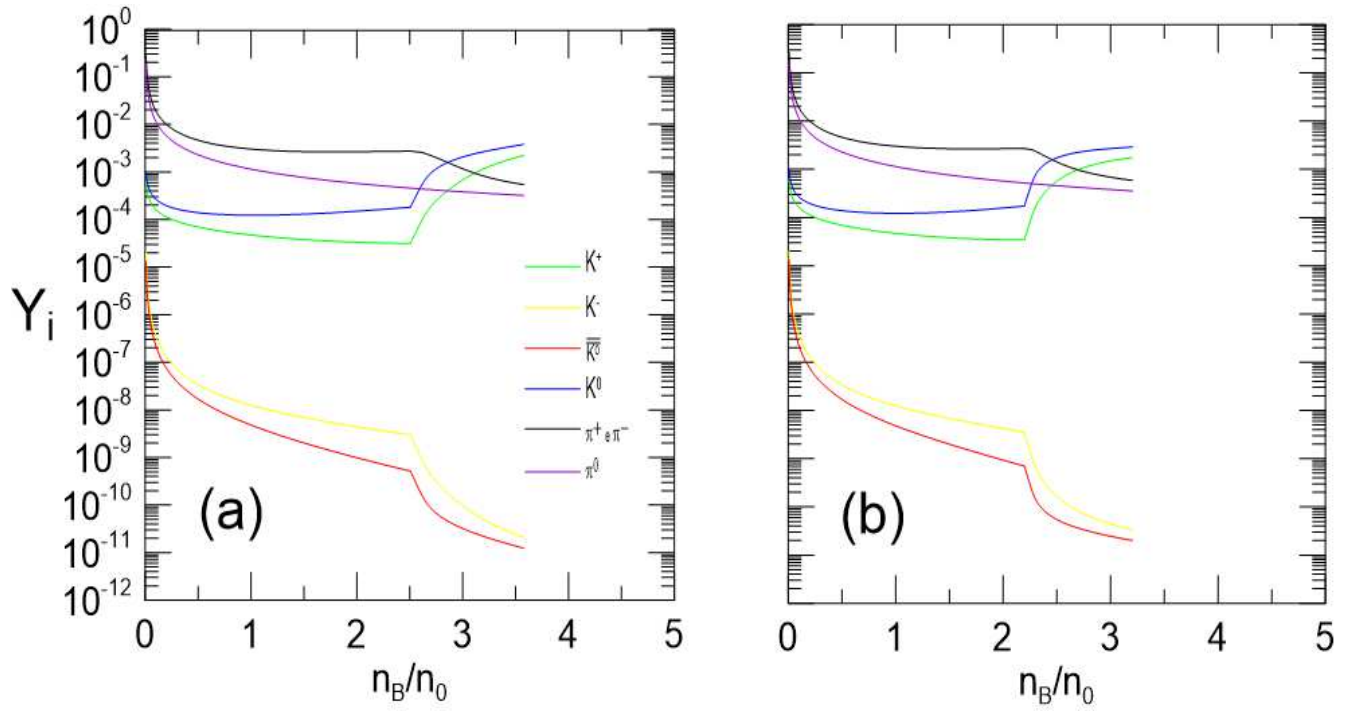
População Y_i (vide texto) dos híperons contra a densidade bariônica. Na parte (a) está representado o modelo linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo linear com interação. Em ambos $T = 40MeV$.

Os gráficos das evoluções das partículas para os modelos não lineares são mostrados nas figuras 5.5, 5.5, 5.5 e 5.5.

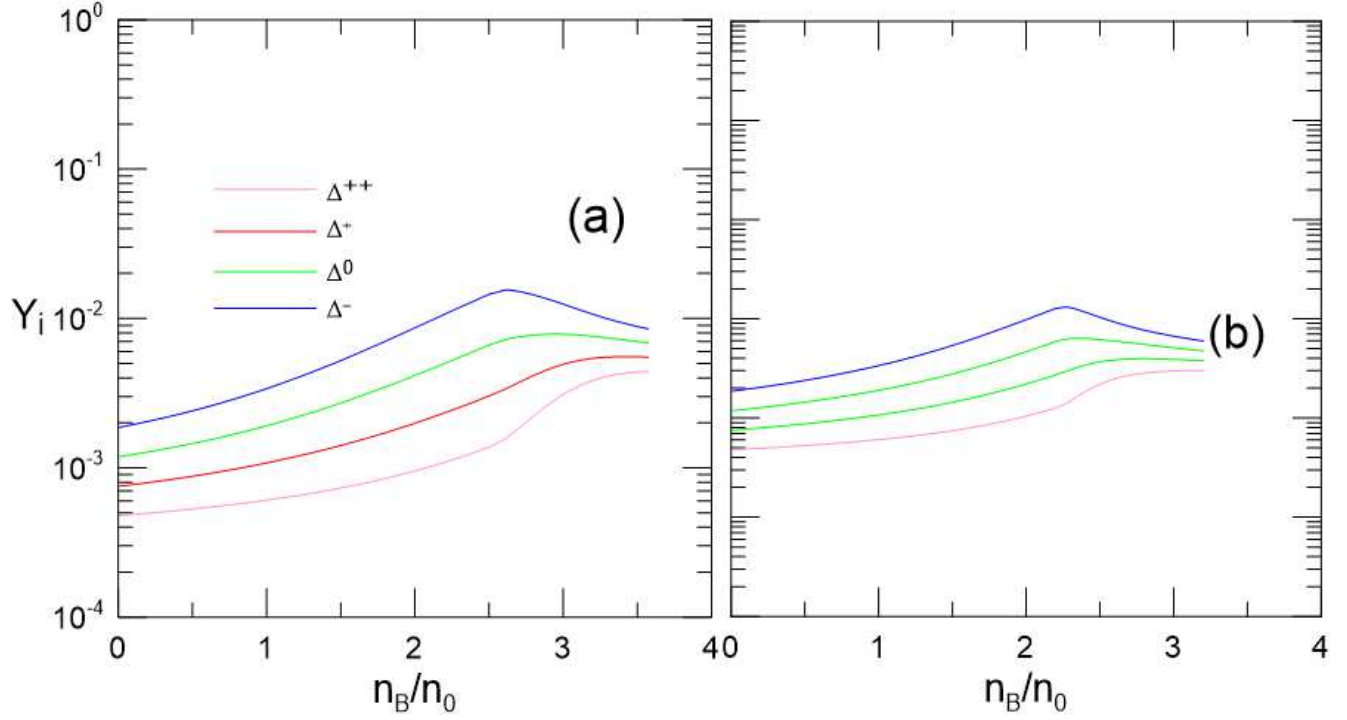


População Y_i (vide texto) das partículas do núcleon e dos quarks contra a densidade bariônica. Na parte (a) está representado o modelo não linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo não linear com interação. Em ambos

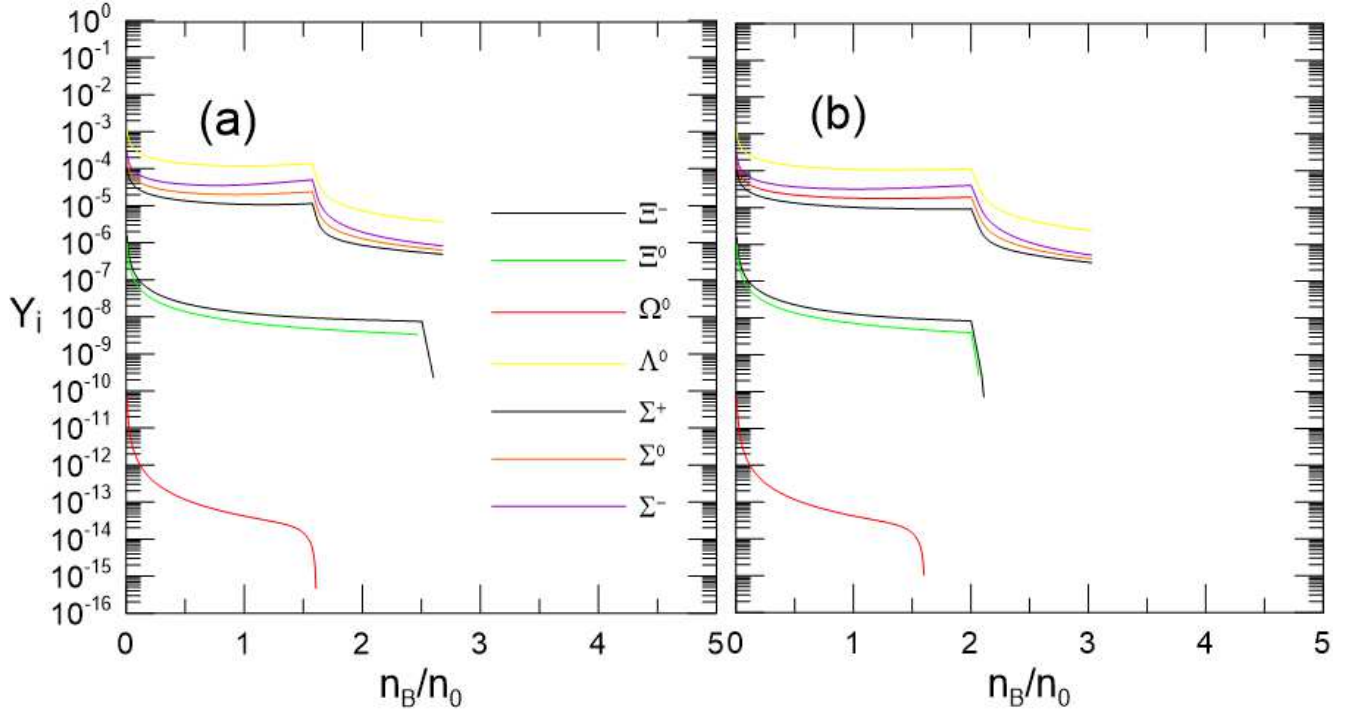
$$T = 40 \text{ MeV}.$$



População Y_i (vide texto) dos píons e dos káons contra a densidade bariônica. Na parte (a) está representado o modelo não linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo não linear com interação. Em ambos $T = 40MeV$.



População Y_i (vide texto) das deltas contra a densidade bariônica. Na parte (a) está representado o modelo não linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo não linear com interação. Em ambos $T = 40MeV$.



População Y_i (vide texto) dos híperons contra a densidade bariônica. Na parte (a) está representado o modelo não linear sem interação enquanto que na parte (b) está representado o modelo não linear com interação. Em ambos $T = 40 \text{ MeV}$.

Nos gráficos acima, podemos perceber uma grande similariedade entre os casos com e sem interação tanto para os modelos lineares quanto para os não lineares. A diferença maior vem de onde começa e termina a transição. Nos gráficos do grupo 1, podemos observar que o quark (estranho) s somente aparece durante a transição. Como a estranheza é conservada pelo processo da interação forte, e sendo a estranheza total zero antes da transição, é o comportamento esperado. A proporção de prótons e nêutrons antes da transição se mantém constante antes da transição e decai durante a reação. Nos gráficos do grupo 2, existe uma concentração inicial muito grande dos píons. Podemos observar que os gráficos das concentrações dos píons π^+ e π^- são superpostos e têm valores maiores que π^0 . Para os káons, podemos observar que as partículas com estranheza positiva $S = 1$ (K^+ , K^0) possuem maiores concentrações que as com $S = -1$ (K^- , $\bar{K}^0$). Nos gráficos do grupo 3, as partículas delta aumentam a concentração até o início da transição quando começam a decair. Já nos gráficos do grupo 4, podemos ver que a partícula Ω^- rapidamente decai rapidamente antes mesmo da transição começar por ser muito massiva.

As outras partículas chegam até a transição decaindo lentamente as concentrações delas e depois decaem fortemente na transição. Um aspecto interessante a se notar é que em todos os gráficos, as partículas com isospin I_3 negativo possuem concentração maior que as partículas com isospin positivo, isto se deve ao fato de que antes da transição, o isospin total é negativo.

Capítulo 6

Novas manifestações do campo eletromagnético na interação com a matéria nuclear

Nos capítulos anteriores, não mencionamos o papel da interação eletromagnética para o estudo das transições de fase na matéria nuclear. Isto se deve ao fato de que estas transições acontecem para situações em que a temperatura é muito alta como no caso do capítulo 4, enquanto que quando a temperatura se reduz nos diagramas de fase do capítulo 5, o aumento da densidade leva a altas excitações da matéria hadrônica. Nestas situações extremas, a interação dominante é a forte e a interação eletromagnética representa uma pequena perturbação. Mesmo assim, quando tratamos as situações de baixas temperaturas no interior de estrelas de nêutrons com campos magnéticos intensos (*magnetares* com campos da ordem de 10^{16} a 10^{18} G) a contribuição da interação eletromagnética passa a ser relevante para a definição da estrutura da estrela por intermédio da sua contribuição para a equação de estado da matéria estelar. Estes aspectos tem sido amplamente explorados na literatura [40–52], utilizando uma densidade lagrangiana típica do modelo de Walecka $\mathcal{L}_W$, acrescida da densidade lagrangiana do campo eletromagnético usual $\mathcal{L}_M$,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_W + \mathcal{L}_M, \tag{6.1}$$

onde $\mathcal{L}_M$ é a densidade lagrangiana de Maxwell

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{8\pi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (6.2)$$

Por outro lado, propostas de um eletromagnetismo além do modelo padrão tem sido considerada onde a simetria de Lorentz é quebrada, em extensões do modelo padrão (*SME* na denominação em inglês) [53–55]. Estas abordagens são interessantes por englobar a quebra espontânea de simetria de Lorentz ainda mantendo as propriedades desejáveis para uma teoria quântica de campos.

Nos últimos anos, houve um estudo para entender a física além do modelo padrão. Estes esforços levaram a uma classe completa de modelos de quebra de simetria de Lorentz e de CPT. Recentemente, um grande esforço foi empregado para procurar as consequências mensuráveis deste tipo de quebra [56, 57]. Entretanto, medidas precisas em processos eletromagnéticos e vínculos nos parâmetros físicos relacionados a quebra de simetria e a não linearidade do campo eletromagnético ainda estão por serem realizadas de forma a esclarecer a física que se torna muito significativa em altíssimas energias em escalas próximas ao limiar das teorias fundamentais conhecidas [58–78]. O cenário que se mostra adequado para testar estas manifestações do campo eletromagnético poderia ser as colisões de íons pesados ultrarelativísticos, onde campos magnéticos intensos são também formados com as correntes geradas pelo movimento dos íons em colisões distantes. Observa-se que neste caso a interação forte é colocada fora do jogo e somente a interação do campo eletromagnético de interação entre os íons é relevante para o processo, deixando o estado final da colisão mais limpo do que em colisões próximas (parâmetro de impacto da ordem ou menor que a soma dos raios dos íons). Neste último caso, a imensa produção de partícula e a fragmentação dos íons seguramente mascaram qualquer manifestação ou assinatura do comportamento fora do padrão da interação eletromagnética.

Com o objetivo de chamar a atenção destes novos aspectos do campo eletromagnético sendo explorado no contexto das interações entre íons pesados vamos neste capítulo apresentar uma particular formulação da quebra de simetria de Lorentz acompanhada da inclusão de termos não lineares na densidade lagrangiana eletromagnética. Na primeira seção deste capítulo apresentamos o modelo de densidade lagrangiana que introduz as

novas manifestações e as modificações dos campos elétricos e magnéticos impostos pelos termos introduzidos na densidade lagrangiana.

Consideraremos o vácuo na presença de um campo magnético intenso em um cenário de quebra de simetria de Lorentz [79]. Os resultados desta seção podem contribuir para os experimentos que foram realizados na Itália para a interação de lasers atravessando uma região de campo magnético intenso, onde podemos citar o aparato *PVLAS* (do italiano Polarizzazione del Vuoto con LASer ou seja, polarização do vácuo com laser) [80–84] e *LSW* (light-shining-through-a-wall) onde efeitos de não linearidade podem ser medidos [85, 86].

Na seção seguinte, discutiremos a contribuição destes novos aspectos do campo eletromagnético, introduzidos na densidade lagrangiana, na formulação da equação de estado do sistema. Neste caso nos restringiremos apenas a quebra de simetria de Lorentz. Tendo em vista explicitar a contribuição do termo de quebra de simetria para a equação de estado.

6.1 Modelo eletromagnético com não linearidade e quebra de simetria de Lorentz

A densidade lagrangiana utilizada será

$$4\pi\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + 2\kappa_1 \left(\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \right)^2 + 2\kappa_2 \left(\frac{1}{4}\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \right)^2 + \frac{1}{4}\varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} (k_{AF})_\mu A_\nu F_{\kappa\lambda}. \quad (6.3)$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor eletromagnético, $(k_{AF})_\mu$ é o operador vetorial que caracteriza o termo de Chern-Simons de quebra de simetria de Lorentz [87]. Este é dado por

$$\begin{aligned} (k_{AF})_\mu &= \sum_{d=3,5,\dots} \left(k_{AF}^{(d)} \right)_\mu^{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}} \partial_{\alpha_1} \cdots \partial_{\alpha_{(d-3)}} = \\ &= \left(k_{AF}^{(3)} \right)_\mu^{\alpha_1, \alpha_2} \partial_{\alpha_1} \partial_{\alpha_2} + \left(k_{AF}^{(5)} \right)_\mu^{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4} \partial_{\alpha_1} \partial_{\alpha_2} \partial_{\alpha_3} \partial_{\alpha_4} + \cdots \end{aligned} \quad (6.4)$$

O último termo em 6.3 junto com a expressão em 6.4 generaliza o chamado termo Carroll-Field-Jackiw [88] para o qual $\left(k_{AF}^{(3)} \right)_\mu = v_\mu = \left(k_{AF}, \vec{k}_{AF} \right)$ e $\left(k_{AF}^{(d)} \right)_\mu = 0$ para $d \geq 5$.

Podemos reescrever a densidade lagrangiana em 6.3 como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi} \left(|\vec{E}|^2 - |\vec{B}|^2 \right) + \frac{R}{8\pi} \left(|\vec{E}|^2 - |\vec{B}|^2 \right)^2 + \frac{S}{8\pi} \left(\vec{E} \cdot \vec{B} \right)^2 + \frac{1}{16\pi} \varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} (k_{AF})_\mu A_\nu F_{\kappa\lambda}. \quad (6.5)$$

Os termos não lineares serão $\left(|\vec{E}|^2 - |\vec{B}|^2 \right)^2$ e $\left(\vec{E} \cdot \vec{B} \right)^2$. A densidade lagrangiana de nosso modelo descreve um modelo efetivo até primeira ordem nos parâmetros R e S e assim, nossos cálculos serão até primeira ordem neles. Para o caso em que $(k_{AF})_\mu = 0$, e quando R e S têm os seguintes valores

$$R = \frac{e^4}{45\pi m_e^4} \text{ e } S = 7R, \quad (6.6)$$

onde m_e é a massa do elétron, temos a conhecida densidade lagrangiana de Euler-Heisenberg [89, 90]. Termos da ordem de Rv_μ e Sv_μ foram descartados pois v_μ é muito pequeno de acordo com dados experimentais disponíveis [91].

Em toda seção, nós restringiremos a configurações de campo onde os efeitos impostos pelos termos não lineares e os impostos pelo termo tipo de Chern-Simons, que descreve a violação de CPT, são pequenas perturbações.

Para colocar as equações dinâmicas em uma forma compacta e conveniente, definimos os vetores $\vec{D}$ e $\vec{H}$ em analogia ao vetor de deslocamento elétrico e campo magnético livre como

$$\vec{D} = 4\pi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{E}} \text{ e } \vec{H} = -4\pi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{B}}. \quad (6.7)$$

Logo os campos serão

$$\vec{D} = \vec{E} + 2R \left(|\vec{E}|^2 - |\vec{B}|^2 \right) \vec{E} + S \left(\vec{E} \cdot \vec{B} \right) \vec{B} \quad (6.8)$$

$$\vec{H} = \vec{B} + 2R \left(|\vec{E}|^2 - |\vec{B}|^2 \right) \vec{B} + S \left(\vec{E} \cdot \vec{B} \right) \vec{E} \quad (6.9)$$

Com isso, os métodos usuais para estudar a propagação da luz em um vácuo não trivial devido a presença de campos externos ou condições de contorno podem ser aplicados [92–100].

De agora em diante, consideraremos a propagação de ondas eletromagnéticas na presença de um campo magnético uniforme externo constante. O objetivo é identificar os

estados de polarização do campo fotônico nesta situação. Com isso, denotaremos os campos elétrico e magnético da onda propagante por $\vec{E}_p$ e $\vec{B}_p$ e o campo magnético externo por $\vec{B}_0$.

As equações dinâmicas que provém da densidade lagrangiana (6.5) são:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \widehat{k}_{AF} \cdot \vec{B} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \left(\widehat{k}_{AF}\right)^0 \vec{B} - \widehat{k}_{AF} \times \vec{E}\end{aligned}\quad (6.10)$$

As soluções mais simples, escritas em termos dos campos propagante e externo, são da forma

$$\vec{E} = \vec{E}_p + \delta \vec{E} \text{ e } \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_p + \delta \vec{B} \quad (6.11)$$

onde $\delta \vec{E}$ e $\delta \vec{B}$ são as contribuições que não se propagam, que são ditadas pelo conjunto de equações 6.10.

Substituindo as equações (6.11) em (6.8) e (6.9) e descartando termos de ordem $R\delta \vec{E}$, $S\delta \vec{E}$, $R\delta \vec{B}$, $S\delta \vec{B}$, $|\vec{E}_p|^2$, $|\vec{B}_p|^2$ e $\vec{E}_p \cdot \vec{B}_p$ pois as seguintes condições podem ser adotadas

$$\begin{aligned}|\delta \vec{E}| &\ll |\vec{E}_p| \ll (R)^{-\frac{1}{2}}, (S)^{-\frac{1}{2}} \\ |\delta \vec{B}| &\ll |\vec{B}_p| \ll |\vec{B}_0| \ll (R)^{-\frac{1}{2}}, (S)^{-\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (6.12)$$

teremos que os campos $\vec{D}$ e $\vec{H}$ ficam

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \vec{E}_p + \delta \vec{E} - 2R|\vec{B}_0|^2 \vec{E}_p + S(\vec{E}_p \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0, \\ \vec{H} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_p + \delta \vec{B} - 2R|\vec{B}_0|^2 \vec{B}_p - 4R(\vec{B}_p \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0 - 2R|\vec{B}_0|^2 \vec{B}_0.\end{aligned}\quad (6.13)$$

Com isso, podemos perceber que os campos deslocamento elétrico e campo magnético livre dos campos propagantes são expressos como

$$\begin{aligned}\vec{D}_p &= \vec{E}_p - 2R|\vec{B}_0|^2 \vec{E}_p + S(\vec{E}_p \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0, \\ \vec{H}_p &= \vec{B}_p - 2R|\vec{B}_0|^2 \vec{B}_p - 4R(\vec{B}_p \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0.\end{aligned}\quad (6.14)$$

Substituindo as equações (6.11) e (6.13) na equação (6.10), dois conjuntos de equações são gerados. Um para os campos não propagantes e outro para os campos propagantes, cuja dinâmica estamos interessados. Logo,

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \cdot \vec{D}_p &= \widehat{k}_{AF} \cdot \vec{B}_p \\
\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_p &= 0 \\
\vec{\nabla} \times \vec{E}_p &= \frac{\partial \vec{B}_p}{\partial t} \\
\vec{\nabla} \times \vec{H}_p &= \frac{\partial \vec{D}_p}{\partial t} + \left(\widehat{k}_{AF}\right)^0 \vec{B}_p - \widehat{k}_{AF} \times \vec{E}_p
\end{aligned} \tag{6.15}$$

A forma explícita dos tensores euclidianos para a permissividade elétrica e permeabilidade magnética inversa nestas equações podem ser obtidas de (6.14),

$$\begin{aligned}
\varepsilon_p^{ij} &= \left(1 - 2R \left|\vec{B}_0\right|^2\right) \delta^{ij} + S B_0^i B_0^j \\
(\mu_p^{-1})^{ij} &= \left(1 - 2R \left|\vec{B}_0\right|^2\right) \delta^{ij} - 4R B_0^i B_0^j
\end{aligned} \tag{6.16}$$

onde δ^{ij} é o delta de Kronecker. Em componentes as equações de (6.14) podem ser escritas como

$$D_p^i = \sum_{j=1}^3 \varepsilon_p^{ij} E_p^j \text{ e } H_p^i = \sum_{j=1}^3 (\mu_p^{-1})^{ij} B_p^j \tag{6.17}$$

Como sempre, vamos procurar as configurações de ondas planas para os campos propagantes, $\vec{E}_p$ e $\vec{B}_p$, na forma

$$\begin{aligned}
\vec{E}_p &= \vec{e} \exp \left[i \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t \right) \right], \\
\vec{B}_p &= \vec{b} \exp \left[i \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t \right) \right],
\end{aligned} \tag{6.18}$$

onde os vetores $\vec{e}$ e $\vec{b}$ são constantes e uniformes. Por simplicidade, nos restringiremos ao caso onde o vetor de onda $\vec{k}$ é perpendicular ao campo magnético externo $\vec{B}_0$, isto é $\vec{k} \cdot \vec{B}_0 = 0$ e o sistema de coordenadas será dado por

$$\vec{B}_0 = B_0 \hat{x} \text{ e } \vec{k} = k \hat{k}. \tag{6.19}$$

Em tal sistema, os tensores em (6.16) podem ser colocados na forma

$$\begin{aligned}
\varepsilon_p^{ij} &= \left(1 - 2R \left|\vec{B}_0\right|^2\right) \delta^{ij} + S \left|\vec{B}_0\right|^2 \delta^{i1} \delta^{j1} \\
(\mu_p^{-1})^{ij} &= \left(1 - 2R \left|\vec{B}_0\right|^2\right) \delta^{ij} - 4R \left|\vec{B}_0\right|^2 \delta^{i1} \delta^{j1}
\end{aligned} \tag{6.20}$$

e os operadores diferenciais $\left(\widehat{k}_{AF}\right)^0$ e $\left(\widehat{\vec{k}}_{AF}^{(d)}\right)$ operando nos campos 6.18 podem ser substituídos pelos vetores

$$\begin{aligned}\left(\widehat{k}_{AF}\right)^0 &\rightarrow (k_{AF})^0 = \sum_{d=3,5,\dots} \left(k_{AF}^{(d)}\right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0 k^{\alpha_1} \dots k^{\alpha_{(d-3)}}, \\ \left(\widehat{\vec{k}}_{AF}^{(d)}\right) &\rightarrow \left(\vec{k}_{AF}\right) = \sum_{d=3,5,\dots} \left(\vec{k}_{AF}^{(d)}\right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0 k^{\alpha_1} \dots k^{\alpha_{(d-3)}},\end{aligned}\quad (6.21)$$

onde os índices α_i pode assumir os valores 0 ou 3, pois o vetor de onda é dado por $k^\mu = (\omega, 0, 0, k)$.

O termo de quebra de Lorentz e os termos não lineares modificam a relação de dispersão. Apesar deste fato, podemos usar a relação de dispersão de Maxwell onde $\omega = k$ e fazemos $k^{\alpha_i} = k^0 = k^3 = \omega = k$ em (6.21) pois os coeficientes são $\left(k_{AF}^{(d)}\right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0$ são quantidades pequenas e o vetor k^μ não é muito grande. Caso contrário, a densidade lagrangiana em (6.2) deve incluir termos de ordens maiores nos campos eletromagnéticos. Logo, podemos reescrever a expressão em (6.21)

$$\begin{aligned}\left(\widehat{k}_{AF}\right)^0 &\rightarrow (k_{AF})^0 = \sum_{d=3,5,\dots} \left(k_{AF}^{(d)}\right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0 k^{\alpha_1} \dots k^{\alpha_{(d-3)}} = \\ &\sum_{d=3,5,\dots} \left(k_{AF}^{(d)}\right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0 t^{\alpha_1} \dots t^{\alpha_{(d-3)}} \left|\vec{k}\right|^{d-3}, \\ \left(\widehat{\vec{k}}_{AF}^{(d)}\right) &\rightarrow \left(\vec{k}_{AF}\right) = \sum_{d=3,5,\dots} \left(\vec{k}_{AF}^{(d)}\right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0 k^{\alpha_1} \dots k^{\alpha_{(d-3)}} = \\ &\sum_{d=3,5,\dots} \left(\vec{k}_{AF}^{(d)}\right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0 t^{\alpha_1} \dots t^{\alpha_{(d-3)}} \left|\vec{k}\right|^{d-3},\end{aligned}\quad (6.22)$$

onde definimos $t^{\alpha_i} = (1 - \delta_1^{\alpha_i})(1 - \delta_2^{\alpha_i})$. Para conveniência futura, definiremos $(k_{AF})^\mu = \left((k_{AF})^0, \left(\widehat{\vec{k}}_{AF}^{(d)}\right)\right)$. Agora, combinando as equações (6.17), (6.18), (6.20) e (6.22) e

usando elas em (6.15) teremos:

$$\begin{aligned}
\sum_{i,j=1}^3 \varepsilon_p^{ij} e^j &= \vec{k}_{AF} \cdot \vec{b} \\
{}_i \vec{k} \cdot \vec{b} &= 0 \\
{}_i \vec{k} \times \vec{e} &= i\omega \vec{b} \\
\sum_{j,k,l=1}^3 i\epsilon^{ijk} k^j (\mu_p^{-1})^{kl} b^l &= \sum_{j=1}^3 -i\omega \varepsilon_p^{ij} e^j + (k_{AF})^0 b^i - \sum_{j,k=1}^3 \epsilon^{ijk} (k_{AF})^j e^k
\end{aligned} \tag{6.23}$$

onde ϵ^{ijk} é o tensor de Levi-civita de ordem 3 com $\epsilon^{123} = 1$.

Das duas primeiras equações em (6.23), concluímos que

$$e^3 = \frac{\vec{k}_{AF} \cdot \vec{b}}{ik} \text{ e } b^3 = 0, \tag{6.24}$$

onde termos de ordem $R \left| \vec{k}_{AF} \right|$ foram descartados. Estes resultados mostram que o campo magnético é perpendicular a direção das ondas propagantes, mas não necessariamente é ortogonal ao campo elétrico. Este último desenvolve uma componente sobre $\vec{k}_{AF}$. Este termo é estritamente devido a quebra de simetria de Lorentz na densidade lagrangiana (6.2).

Resta-nos achar uma forma explícita do campo magnético como função de $(k_{AF})^\mu$. Usando o fato que $\vec{k} = k\hat{z}$, a terceira equação de (6.23) leva nos a

$$\vec{b} = \frac{k}{\omega} \hat{z} \times \vec{e}. \tag{6.25}$$

Substituindo esta relação na primeira equação de (6.24) teremos

$$e^3 = \frac{\vec{k}_{AF} \cdot (\hat{z} \times \vec{e})}{i\omega} \implies e^3 = \frac{1}{i\omega} [(k_{AF})^2 e^1 - (k_{AF})^1 e^2]. \tag{6.26}$$

Das equações (6.20), a última de (6.23), a segunda de (6.24), a (6.25) e (6.27) e desprezando termos de ordem $S(k_{AF})^\mu$ e $R(k_{AF})^\mu$, obtemos o sistema

$$\begin{aligned}
\left[\left(\omega^2 - \left| \vec{k} \right|^2 \right) + kS \left| \vec{B}_0 \right|^2 \right] e^1 - ik \left[(k_{AF})^0 - (k_{AF})^3 \right] e^2 &= 0 \\
ik \left[(k_{AF})^0 - (k_{AF})^3 \right] e^1 + \left[\left(\omega^2 - \left| \vec{k} \right|^2 \right) + 4Rk \left| \vec{B}_0 \right|^2 \right] e^2 &= 0
\end{aligned} \tag{6.27}$$

O sistema acima terá soluções não triviais somente se o determinante for nulo. Com isso, temos as seguintes frequências

$$\omega_{\pm} = k \left[1 - \frac{1}{4} \left(11R |\vec{B}_0|^2 \pm \sqrt{9R^2 |\vec{B}_0|^4 + \frac{4((k_{AF})^0 - (k_{AF})^3)}{|\vec{k}|^2}} \right) \right], \quad (6.28)$$

das quais podemos tirar as velocidades de fase e de grupo

$$V_{\pm} = \frac{\omega_{\pm}}{k} \Rightarrow V_{\pm} = 1 - \frac{1}{4} \left(11R |\vec{B}_0|^2 \pm \sqrt{9R^2 |\vec{B}_0|^4 + \frac{4((k_{AF})^0 - (k_{AF})^3)}{|\vec{k}|^2}} \right) \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} V_{g\pm} &= \frac{d\omega_{\pm}}{dk} \Rightarrow \\ V_{g\pm} &= V_{\pm} + \frac{((k_{AF})^0 - (k_{AF})^3)^2}{|\vec{k}|^3} \frac{1}{\sqrt{9R^2 |\vec{B}_0|^4 + \frac{4((k_{AF})^0 - (k_{AF})^3)}{|\vec{k}|^2}}} \\ &\times \left[\pm 1 \mp \frac{|\vec{k}|}{(k_{AF})^0 - (k_{AF})^3} \sum_{d=5,7,\dots} t^{\alpha_1} \dots t^{\alpha_{(d-3)}} (d-3) |\vec{k}|^{d-4} \right. \\ &\times \left. \left[\left(k_{AF}^{(d)} \right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^0 - \left(k_{AF}^{(d)} \right)_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(d-3)}}^3 \right] \right] \end{aligned} \quad (6.30)$$

Das equações (6.28), (6.29) e (6.30) podemos tirar estimativas numéricas para as correções induzidas pelos parâmetros de não linearidade e de quebra de simetria de Lorentz. Iremos começar tomando $\left(k_{AF}^{(d)} \right)_{\mu} = 0$ para $d > 3$ as segunda e terceira linhas de (6.30) desaparecem. Com valores atuais típicos para as componetes de $\left(k_{AF}^{(3)} \right)^{0\mu} (\lesssim 10^{-43} GeV)$ e para campos magnéticos intergaláticos ($\sim 10^{-9} T \sim 10^{-18} MeV^2$), correções não lineares de quebra de simetria de Lorentz são de uma ordem comparável a magnitude dos comprimentos de onda na região do espectro do raio γ ($\lambda \sim 10^{-13} m$). Entretanto nesta situação, ambos os efeitos não são mensuráveis, pois $R |\vec{B}_0|^2 \sim 10^{-41}$ ($R |\vec{B}_0|^2$ é adimensional). Porém, se considerarmos efeitos de $\left(k_{AF}^{(5)} \right)$ e também levando em conta o limite $\left| \left(k_{AF}^{(5)} \right) \right| \leq 10^{-32} GeV^{-1}$, os efeitos de quebra de simetria de Lorentz são ainda muito pequenos mas dominam. Baseados nas equações (6.28)-(6.30) estimamos que os efeitos de $\left(k_{AF}^{(5)} \right)$ sejam da ordem de 10^{-16} . E assim, nesta situação, podemos ter efeitos de quebra de simetria de Lorentz mais fortes que as correções não lineares nas velocidades de grupo.

6.2 Contribuição do termo de quebra de simetria de Lorentz para a equação de estado

O termo de quebra de simetria de Lorentz a ser considerado junto com o termo de Maxwell usual é o de Carroll-Field-Jackiw. Com isso, a densidade lagrangiana a ser considerada é

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{8\pi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}(k_{AF})_{\mu}A_{\nu}F_{\kappa\lambda}, \quad (6.31)$$

com os termos definidos na seção anterior.

Para calcularmos as equações de estado para a densidade lagrangiana acima, podemos lançar mão da teoria de campo a temperatura finita [102, 103]. Com isso, poderemos calcular a função de partição do sistema e assim as quantidades termodinâmicas de nosso interesse. Depois de alguma álgebra, temos que a função de partição de nosso sistema é:

$$Z(\beta) = Z_M(\beta) Z_{VL}(\beta) \quad (6.32)$$

onde $\beta = \frac{1}{k_B T}$ e temos que

$$Z_M(\beta) = \exp\{-Tr \ln(-\partial)\} \quad (6.33)$$

é a função de partição do campo eletromagnético usual de Maxwell e

$$Z_{VL}(\beta) = \exp\left\{-\frac{1}{2}Tr \ln\left[1 + \frac{(k_{AF})^2}{\partial} - \frac{(k_{AF} \cdot \partial)^2}{\partial^2}\right]\right\} \quad (6.34)$$

é a função de partição do termo tipo de Chern-Simons que viola a simetria de Lorentz. Aqui, temos que

$$\partial = (\partial_{\tau})^2 + \nabla^2 \quad (6.35)$$

O traço envolvido nas equações (6.32) e (6.33) pode ser calculado através em termos da expansão de Fourier dos campos de calibre

$$A_a(\tau, \vec{x}) = \left(\frac{\beta}{V}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{n, \vec{p}} e^{i(\omega_n \tau + \vec{x} \cdot \vec{p})} \tilde{A}_a(n, \vec{p}) \quad (6.36)$$

onde V representa o volume do sistema e ω_n são as frequências de Matsubara, $\omega_n = \frac{2n\pi}{\beta}$, para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

6.2.1 Equações de estado com o setor de quebra de simetria de Lorentz

Agora, para calcularmos a contribuição da parte da quebra de simetria de Lorentz, devemos calcular o logaritmo da expressão (6.34)

$$\ln Z_{VL}(\beta) = -\frac{1}{2} \sum_{n, \vec{p}} \ln \left\{ 1 - \frac{|\vec{k}_{AF}|^2}{|\vec{p}|^2 + (\omega_n)^2} + \frac{(\vec{k}_{AF} \cdot \vec{p})^2}{[|\vec{p}|^2 + (\omega_n)^2]^2} \right\}. \quad (6.37)$$

Aqui calculamos a função de partição considerando que $(k_{AF})_\mu = (0, \vec{k}_{AF})_\mu$ é um vetor espacial puro, pois assim, o hamiltoniano é positivo definido (estável) somente para configuração de campo, garantindo assim a existência da integral funcional obtida da função de partição. Com isso, teremos para vetor de quebra de simetria de Lorentz de fundo fraco $(|\vec{k}_{AF}| \ll 1)$

$$\ln Z_{VL}(\beta) = \frac{1}{2} \sum_{n, \vec{p}} \left\{ \frac{|\vec{k}_{AF}|^2}{|\vec{p}|^2 + (\omega_n)^2} - \frac{(\vec{k}_{AF} \cdot \vec{p})^2}{[|\vec{p}|^2 + (\omega_n)^2]^2} \right\}. \quad (6.38)$$

Usando (2.8) e expressando a integral em coordenadas esféricas temos

$$\begin{aligned} \ln Z_{VL}(\beta) &= \frac{1}{2} \frac{|\vec{k}_{AF}|^2}{(2\pi)^3} V \int \sin\theta d\theta d\phi \int_0^\infty d|\vec{p}| \left\{ \frac{\beta |\vec{p}|}{2} + \frac{\beta |\vec{p}|}{e^{\beta |\vec{p}|} - 1} \right\} \\ &- \frac{1}{2} \frac{|\vec{k}_{AF}|^2}{(2\pi)^3} V \int \cos^2\theta \sin\theta d\theta d\phi \int_0^\infty d|\vec{p}| \left\{ \frac{\beta |\vec{p}|}{2} + \frac{\beta |\vec{p}|}{e^{\beta |\vec{p}|} - 1} + \frac{(\beta |\vec{p}|)^2}{2} \frac{e^{\beta |\vec{p}|}}{(e^{\beta |\vec{p}|} - 1)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (6.39)$$

Realizando a integral em $|\vec{p}|$,

$$\ln Z_{VL}(\beta) = V \frac{|\vec{k}_{AF}|^2}{96\pi\beta} \int \sin\theta d\theta d\phi - V \frac{|\vec{k}_{AF}|^2}{64\pi\beta} \int \cos^2\theta \sin\theta d\theta d\phi. \quad (6.40)$$

Finalmente, para obtermos a função de partição associada ao setor de quebra de simetria de Lorentz, realizamos a integração da parte angular e obtemos,

$$\ln Z_{VL}(\beta) = V \frac{|\vec{k}_{AF}|^2}{48\beta}. \quad (6.41)$$

Igualmente como é feito no caso de Maxwell, as contribuições de vácuo também foram desprezadas.

Agora, podemos calcular as equações de estado. A densidade de energia é calculada através de (2.12)

$$\frac{U}{V} = \frac{\left| \vec{k}_{AF} \right|^2}{48\beta^2}. \quad (6.42)$$

A pressão é calculada a partir de (2.14)

$$P = \frac{\left| \vec{k}_{AF} \right|^2}{48\beta^2}. \quad (6.43)$$

Com isso, concluímos que para o termo de quebra de simetria de Lorentz, temos a relação

$$P = \frac{U}{V} \quad (6.44)$$

Para finalizarmos, chamamos a atenção de que a densidade de energia maxweliana do campo eletromagnético

$$\frac{U}{V} = \frac{\pi^2}{15\beta^4} = aT^4 \quad (6.45)$$

deve ser acrescida da contribuição dada pela equação (6.42) e a pressão

$$P = \frac{U}{3V} \quad (6.46)$$

pela equação (6.43).

6.3 Possíveis implicações para a astrofísica e para colisões ultrarelativísticas

Para finalizar este capítulo ressaltamos aqui as implicações dos resultados obtidos para a estrutura de estrelas de nêutrons com campos magnéticos intensos (magnetares) e para possíveis manifestações dos aspectos explorados para as colisões de íons pesados distantes.

No contexto da estrutura dos magnetares a contribuição para a equação de estado discutida na seção 6.2 pode afetar a estrutura interna profunda destes objetos no que se refere a composição com a formação ou não do plasma de quark-glúon para estes

objetos. Em outras palavras, dependendo da intensidade destes efeitos podemos ou não ter a formação de magnetares híbridos. Caso o plasma se forme e a quebra de simetria aconteça cabe um questionamento sobre as possíveis transições de fase ocorridas pelo emparelhamento dos quarks. Assim, as fases supercondutoras de cor do plasma devem ser rediscutidas.

No que se refere a colisão de íons pesados para grandes parâmetros de impacto, chamamos atenção particularmente para a produção de pares na interação do campo eletromagnético com os núcleos. Neste cenário, como chamamos a atenção na introdução do capítulo, manifestações da quebra de simetria de Lorentz, por exemplo, podem acontecer nos limiares da produção de par ou mesmo na cinemática do processo de produção do par. Como neste caso não teríamos produção de partículas por processos de interação forte, a medida destes pares poderia trazer alguma assinatura da quebra de simetria de Lorentz por exemplo. Como vemos, a colisão de íons pesados e o interior de estrelas de nêutrons se mostram como sítios promissores para manifestações dos efeitos fora do modelo padrão do campo eletromagnético.

Capítulo 7

Conclusão

Neste trabalho investigamos o papel da interação entre os mésons vetorial e escalar na lagrangeana de Walecka tanto para a QHD-I como para QHD-II e o papel do termo de quebra de simetria de Lorentz. Um dos objetivos deste trabalho foi analisar como a interação entre os mesóns afeta o comportamento das várias grandezas da matéria nuclear como as massas efetivas do nucleón e dos mesóns vetorial e escalar e implicações para transições de fase na matéria hadrônica. Outro objetivo foi analisar a influência do termo de quebra de simetria de Lorentz em um meio de campo magnético intenso para uma futura aplicação deste termo na matéria nuclear.

Na matéria nuclear, observamos que a interação entre os mésons tem uma consequência importante onde a mesma retira o comportamento multivalorado da massa efetiva do nucleón. A esta situação foi dada uma interpretação de uma transição de 1ª ordem. Na entropia da matéria nuclear vimos que a mesma também muda com a interação entre os mésons. Outra conclusão importante é o comportamento das massas efetivas dos mésons escalar e vetorial que não fica constante para o caso do méson vetorial e vai a zero para o méson escalar. Verificamos que a interação entre os mésons diminui o valor da constante de incompressibilidade embora não o suficiente para atingir a faixa dos valores experimentais.

Na transição hádron-plasma de quarks e gluóns, a interação entre os mésons muda forma do diagrama da transição. O efeito que a interação provoca na transição é a mudança, para uma temperatura fixa, das densidades no início e fim da transição, sendo maiores as transições com a interação. Outro fator marcante, é que a interação entre

os mésons se pronuncia mais fortemente na transição para temperaturas mais baixas, enquanto que é quase imperceptível a altas temperaturas e baixas densidades.

No final analisamos como termo de violação de Lorentz influi na propagação da luz em um cenário de fundo não trivial. Vimos que o fóton adquire uma polarização peculiar longitudinal. No final, calculamos a termodinâmica que resulta do termo de quebra de simetria de Lorentz para um futuro estudo da ação deste termo na transição da matéria nuclear.

7.1 Perspectivas futuras

Sendo que a interação entre os mésons teve um papel preponderante em nosso estudo, algumas ideias se abrem para futuros trabalhos:

- A atuação da interação entre os mésons no ambiente das estrelas de nêutrons;
- O estudo da transição hádron-quark utilizando o modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (*PNJL*) para a fase de quarks;
- A obtenção de um sistema maior para uma análise de outras interações como as entre os mésons σ e ρ e ω e ρ , além de uma inclusão da auto interação do méson vetorial. Já que nos modelos não lineares temos a autointeração do méson escalar;
- A inclusão do termo de quebra de simetria de Lorentz na transição de fase da matéria nuclear;
- O estudo da produção de pares induzida pelo campo eletromagnético em colisões ultrarelativísticas distantes.

Referências Bibliográficas

- [1] E. Rutherford, Phil. Mag, 21, 669 1911.
- [2] M. Gell-Mann, Phys. Lett., 8, 214, 1964.
- [3] J. D. Walecka, Annals of Physics, 83, 2, 1974.
- [4] B. D. Serot; J. D. Walecka, Adv. in Nucl. Phys., Plenum Press, 1986. 16.
- [5] B. D. Serot, Rep. Prog. Phys. 55, 1992.
- [6] A. Chodos; R. L. Jaffe; K. Johnson; C. B. Thorn; V. Weisskopf, Phys. Rev. D, 9, 12, 3471, 1974.
- [7] B. D. Serot, Phys. Lett., 86B, 146, 1979.
- [8] J. Boguta; A. R. Bodmer, Nucl. Phys. A, 292, 3, 1977.
- [9] N. M. Hungenholtz; L. Van Hove, Physica, 24, 2, 1958.
- [10] S. Typel e H. H. Wolter, Nucl. Phys. A, 656, 331, 1999.
- [11] T. Nikšić; D. Vretenar; P. Finelli; P. Ring, Phys. Rev. C, 66, 024306, 2002.
- [12] W. Long; J. Meng; N. V. Giai e S. G. Zhou, Phys. Rev. C, 69, 034319, 2004.
- [13] S. Typel, Phys. Rev. C, 71, 064301, 2005.
- [14] T. Klahn; BLASCHKE, D.; S. Typel, *et al*, Phys. Rev. C, 74, 035802, 2006.
- [15] J. Zimayı ; S. A. Moszkowski, Phys. Rev. C, 42, 1416, 1990.

- [16] A. Delfino; C. T. Coelho ; M. Malheiro, Phys. Lett. B, 345, 361, 1995.
- [17] A. Delfino; C. T. Coelho ; M. Malheiro, Phys. Rev. C, 51, 2188, 1995.
- [18] A. Delfino; M. Chiapparini; M. Malheiro; *et al*, Z. Phys. A, 355, 145, 1996.
- [19] M. Chiapparini; A. Delfino; M. Malheiro; A. Gattone, Z. Phys. A, 357, 47, 1997.
- [20] R. Manka; I. Bednarek, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 24, 2001.
- [21] N. K. Glendenning. *Compact Stars*. 2nd ed. Springer-Verlag. NewYork. 2000.
- [22] J. Theis; G. F. Graebner; G. Buchwald; J. A. Maruhn; W. Greiner; H. Stöcker ; J. Polony, Phys. Rev. D , 28, 2286, 1983.
- [23] A. Delfino; M. Jansen; V. S. Timóteo, Phys. Rev. C, 78, 034909, 2008.
- [24] R. S. Costa; J. C. T. Oliveira; H. Rodrigues; M. Chiapparini; S. B. Duarte, XI Hadron Physics, 350, 2010.
- [25] J. Schaffner; I. N. Mishustin, Phys. Rev. C, 53, 1416, 1996.
- [26] R. Knorren; M. Prakash; P. J. Eliis. Phys. Rev. C, 52, 3470, 1995.
- [27] M. Prakash; *et al*, Phys. Rep., 280, 1, 1997.
- [28] N. K. Glendenning; J. Schaffner-Bielich, Phys. Rev. C, 60, 025803, 1999.
- [29] J. A. Pons; S. Reddy; P. Eliis, M. Prakash; J. M. Lattimer, Phys. Rev. C, 62, 035803, 2000.
- [30] K. A. Olive; *et al*, Particle data group. Chin. Phys. C, 38, 9: 090001, 2014.
- [31] R. Cavagnoli; C. Providência; D. P Menezes, Phys. Rev. C, 83, 045201, 2011.
- [32] A. Chodos; R. L. Jaffe; K. Johnson; C. B. Thorn, Phys. Rev. D, 10, 2599, 1974.
- [33] T. DeGrand; R. L. Jaffe; K. Johnson; J. Kiskis, Phys. Rev. D, 12, 2060, 1975.
- [34] J. C. Collins; M. J. Perry, Phys. Rev. Lett., 34, 1353, 1975.

- [35] R. Cavagnoli. *Modelos hadrônicos quânticos: transições de fases em matéria nuclear e aplicações em matéria estelar*. Tese de Doutorado. UFSC - Florianópolis. 2009.
- [36] R. Hagedorn; Nuovo Cim. Suppl., 3, 147, 1965 e Nuovo Cim., 56A, 1027, 1968.
- [37] N. Cabibbo; G. Parisi, Phys. Lett B, 59, 67, 1975.
- [38] A. K. Chaudhuri. *A Short Course on Relativistic Heavy Ion Collisions*. IOP Publishing, Bristol. 2014.
- [39] G. Gervino; A. Lavagno; D. Pigato, Centr. Eur. J. Phys., 10(3), 594, 2012.
- [40] D. Bandyopadhyay; S. Chakrabarty; S. Pal; Phys. Rev. Lett., 79, 2176, 1997.
- [41] G. J. Mao; C. J. Mao; A. Iwamoto; Z. X. Li; Chin. J. Astron. Astrophys., 3, 359, 2003.
- [42] A. Rabhi; *et al*; J. Phys. G, 36, 115204, 2009.
- [43] D. P. Menezes; *et al*; Phys. Rev. C, 80, 065805, 2009.
- [44] C. Y. Ryu; K. S. Kim; M. Ki Cheoun; Phys. Rev. C, 82, 025804, 2010.
- [45] A. Rabhi; P. K. Panda; C. Providencia; Phys. Rev. C, 84, 035803, 2011.
- [46] R. Mallick; M. Sinha; Mon. Not. R. Astron. Soc., 414, 2702, 2011.
- [47] L. L. Lopes; D. P. Menezes; Braz. J. Phys., 42, 428, 2012.
- [48] V. Dexheimer; R. Negreiros; S. Schramm; Eur. J. Phys. A, 48, 189, 2012.
- [49] R. H. Casali; L. B. Castro; D. P. Menezes; Phys. Rev. C, 89, 015805, 2014.
- [50] D. P. Menezes; *et al*; Phys. Rev. C, 89, 055207, 2014.
- [51] A. Broderick; M. Prakash; J. M. Lattimer; Astrophys. J., 537, 351, 2000.
- [52] L. Lopes; D. P. Menezes; J. of Cosm. and Astropart. Phys., 2015, 2015.
- [53] D. Colladay; V.A. Kostelecky; Phys. Rev. D, 55, 6760, 1997.

- [54] D. Colladay; V.A. Kostelecky; Phys. Rev. D, 58, 116002, 1998.
- [55] S.R. Coleman; S.L. Glashow; Phys. Rev. D, 59, 116008, 1999.
- [56] S.M. Carroll; G.B. Field; R. Jackiw; Phys. Rev. D, 41, 1231, 1990.
- [57] V.A. Kostelecky; N. Russell; Rev. Mod. Phys, 83, 1231, 2011.
- [58] A. P. Baeta Scarpelli; J. A. Helayel-Neto; Phys. Rev. D, 73, 105020, 2006;
- [59] N. M. Barraz Jr.; J. M. Fonseca; W. A.Moura-Melo; J. A. Helayel-Neto; Phys. Rev. D, 76,027701, 2007.
- [60] M. N. Barreto; D. Bazeia; R. Menezes; Phys. Rev. D, 73, 065015, 2006.
- [61] J. W. Moffat; Int. J. Mod. Phys. D, 12, 1279, 2003.
- [62] F. W. Stecker; S. T. Scully; Astropart. Phys., 23, 203, 2005.
- [63] H. Belich; J. L. Boldo; L. P. Colatto; J. A. Helayel-Neto; A. L. M. A.Nogueira; Phys. Rev. D, 68, 065030, 2003.
- [64] E. O. Iltan; Eur. Phys. J. C, 40, 269, 2005.
- [65] E. O. Iltan; J. High Energy Phys., 06, 016, 2003.
- [66] T. Mariz; J. R. Nascimento; A. Yu. Petrov; L. Y. Santos; A. J. da Silva; Phys. Lett. B 661, 312, 2008.
- [67] M. Gomes; J. R. Nascimento; E. Passos; A. Yu. Petrov; A. J. da Silva; Phys. Rev. D, 76, 047701, 2007.
- [68] A. F. Ferrari, M. Gomes, A. J. da Silva, J. R. Nascimento, E. Passos, e A. Yu. Petrov, Phys. Lett. B 652, 174 (2007);
- [69] O. Bertolami; D. F. Mota; Phys. Lett. B, 455, 96, 1999.
- [70] R. Lehnert; R. Potting; Phys. Rev. Lett, 93, 110402, 2004.
- [71] R. Lehnert; R. Potting; Phys. Rev. D, 70, 125010, 2004.

- [72] B. Altschul; Phys. Rev. Lett., 98, 041603, 2007.
- [73] M. B. Cantcheff; Eur. Phys. J. C, 46, 247, 2006.
- [74] M. B. Cantcheff; C. F. L. Godinho; A. P. Baeta Scarpelli; J. A. Helayel-Neto; Phys. Rev. D, 68, 065025, 2003.
- [75] A. Kobakhidze; B. H. J. McKellar; Phys. Rev. D, 76, 093004, 2007.
- [76] T. Jacobson; S. Liberati; D. Mattingly; Ann. Phys., 321, 150, 2006.
- [77] T. Jacobson; S. Liberati; D. Mattingly; F. W. Stecker, Phys. Rev. Lett., 93, 021101, 2004.
- [78] T. Jacobson; S. Liberati; D. Mattingly; Nature, 424, 1019, 2003.
- [79] B. Agostini; F.A. Barone; F.E. Barone; P. Gaete; J.A. Helayel-Neto; Phys. Lett. B, 708, 212, 2012.
- [80] PVLAS Collaboration, Phys. Rev. Lett., 96, 110406, 2006.
- [81] PVLAS Collaboration, Phys. Rev. Lett, 99, 129901, 2007 (Erratum).
- [82] PVLAS Collaboration, Phys. Rev. D, 78, 032006, 2008.
- [83] G. Cantatore; R. Cimino; M. Karuza; V. Lozza; G. Raiteri; arXiv:0809.4208 [hepex].
- [84] G. Cantatore; R. Cimino; M. Karuza; V. Lozza; G. Raiteri; 155, 2008.
- [85] F. Della Valle; G. Di Domenico; U. Gastaldi; E. Milotti; R. Pengo; G. Ruoso; G. Zavattini; Opt. Comm., 283, 4194, 2010.
- [86] P. Arias; J. Jaeckel; J. Redondo; A. Ringwald; Phys. Rev. D, 82, 115018, 2010.
- [87] A. Kostelecky; M. Mewes; Phys. Rev. D, 80, 015020, 2009.
- [88] S.M. Carroll, G.B. Field, R. Jackiw, Phys. Rev. D 41 (1990) 1231.
- [89] W. Heisenberg; H. Euler; Z. Phys., 98, 714, 1936 arXiv:physics/0605038v1 [physics.hist-ph].

- [90] J.S. Schwinger; Phys. Rev., 82, 664, 1951.
- [91] V.A. Kostelecky; N. Russell; Rev. Mod. Phys., 83, 1231, 2011.
- [92] S.L. Adler; Ann. Phys., 87, 599, 1971.
- [93] Z. Bialynicka-Birula; I. Bialynicki-Birula; Phys. Rev. D, 2, 2341, 1970.
- [94] E. Brezin; C. Itzykson; Phys. Rev. D, 3, 618, 1971.
- [95] W. Dittrich; H. Giess; Phys. Rev. D, 58, 025004, 1998.
- [96] W. Dittrich; H. Giess; arXiv:hep-ph/9806417, 1998.
- [97] S.I. Kruglov; Phys. Rev. D, 75, 117301, 2007.
- [98] K. Scharnhorst; Phys. Lett. B, 236, 354, 1990.
- [99] G. Barton; Phys. Lett. B, 237, 559, 1990.
- [100] C. Farina; F.A. Barone; Phys. Rev. D, 71, 067701, 2005.
- [101] R. Casana; M. M. Ferreira Jr.; J. S. Rodrigues; Phys. Rev. D, 78, 125013, 2008.
- [102] J. I. Kapusta, Finite-Temperature Field Theory (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1989);
- [103] M. Le Bellac, Thermal Field Theory (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1996).